

УДК 530.14

## ПОЛЯРИТОНЫ В НЕЛИНЕЙНОМ ДИЭЛЕКТРИКЕ

**И.В. Дзедолик, О.С. Каракчиева**

*Таврический национальный университет имени В.И.Вернадского,  
пр. Акад. Вернадского, 4, Симферополь, 95007, Украина*

Поступила в редакцию 11 октября 2011 г.

Рассмотрены свойства поляритонов в нелинейной диэлектрической среде. Получен спектр поляритонов, исследована зависимость числа ветвей и ширины щелей спектра от интенсивности электромагнитного поля. Найдены новые ветви, возникающие в щели поляритонного спектра. Рассмотрено соотношение между долями электромагнитной и механической энергии в поляритонной волне, распространяющейся в нелинейном диэлектрике. Показано, что при приближении частоты поляритонов к границе спектральной щели снизу доля энергии электромагнитного поля в поляритонной волне снижается до нуля, а для поляритонов с частотой выше верхней границы щели доля энергии электромагнитного поля при повышении частоты стремится к 100 %.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** нелинейный диэлектрик, поляритонный спектр.

Розглянуті властивості поляритонів в нелінійному діелектричному середовищі. Отриманий спектр поляритонів, досліджена залежність числа гілок і ширини щілин спектру від інтенсивності електромагнітного поля. Знайдені нові гілки, що виникають в щілині поляритонного спектру. Розглянуто співвідношення між долями електромагнітної і механічної енергії в поляритонній хвилі, що поширюється в нелінійному діелектрику. Показано, що при наближенні частоти поляритонів до межі спектральної щілини знизу доля енергії електромагнітного поля в поляритонній хвилі знижується до нуля, а для поляритонної хвилі з частотою вище за верхню межу щілини доля енергії електромагнітного поля при підвищенні частоти прагне до 100 %.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** нелінійний діелектрик, поляритонний спектр.

The properties of polaritons in nonlinear dielectric medium are considered. The spectrum of polaritons is got, the dependence on intensity of electromagnetic field of number of branches and width of gaps in the spectrum is investigated. New branches arising up in the gap of polariton spectrum are found. The ratio of electromagnetic and mechanical energy of a polariton wave propagating in nonlinear dielectric is considered. It is shown, that if the frequency of polaritons go up towards the lower limit of spectral gap, the fraction of electromagnetic field energy at polariton wave goes down and tends to zero, but for the polaritons with frequency higher than upper limit of gap, the fraction of the electromagnetic field energy tends to 100 % with increasing of frequency.

**KEYWORDS:** nonlinear dielectric, polariton spectrum.

### ВВЕДЕНИЕ

Электромагнитное поле генерирует в среде волны поляризации, квантами которых являются оптические фононы. Поляритонная волна возникает в среде при взаимодействии электромагнитной волны и волны поляризации среды. Связанные состояния фотонов и фононов представляют собой квазичастицы – поляритоны [1-7]. При этом часть энергии падающей волны переносится в среде фотонами, а другая часть – фононами [2,4,7].

В настоящее время поляритоны в диэлектрической среде привлекают внимание исследователей в связи с проектированием полностью оптических логических элементов, управляемых фильтров, линий задержки сигнала и других элементов терагерцевых и оптических линий [7,9,10]. Свойства поляритонов активно исследуются в полупроводниковых средах в связи с задачами генерации в терагерцевом диапазоне [10-14].

Данная работа посвящена исследованию свойств поляритонов в нелинейной диэлектрической среде. Исследована зависимость числа ветвей поляритонного спектра, а также ширины щелей в спектре от интенсивности электромагнитного поля, взаимосвязь ветвей поляритонного спектра. Найдены новые ветви, возникающие в щели поляритонного спектра. Рассмотрено соотношение долей энергии фотонного и фононного полей при распространении поляритонной волны в нелинейной среде. Показано, что при приближении частоты поляритонов к границе спектральной щели снизу доля энергии электромагнитного поля в поляритонной волне снижается до нуля, а для поляритонов с частотой выше верхней границы щели доля энергии электромагнитного поля при повышении частоты стремится к 100 %.

### ДИСПЕРСИОННОЕ ПОЛЯРИТОННОЕ УРАВНЕНИЕ В НЕЛИНЕЙНОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

Запишем систему уравнений, описывающих диэлектрический кристалл, на который падает электромагнитная волна. Система уравнений включает:

1) уравнение движения зарядов в элементарной ячейке кристаллической решетки

$$m_{eff} \frac{d^2 \mathbf{R}}{dt^2} + m_{eff} \Gamma \frac{d\mathbf{R}}{dt} + \nabla_R U_R = e_{eff} \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{d\mathbf{R}}{dt} \times \mathbf{B} \right) \quad (1)$$

где  $e_{eff}, m_{eff}$  - эффективные заряд и масса ионов,  $\mathbf{R} = \mathbf{r}_+ - \mathbf{r}_-$  - вектор смещения положительного и отрицательного ионов,  $U_R = (q_{1R}/2)R^2 + (q_{2R}/3)R^3 + (q_{3R}/4)R^4$  - потенциальная энергия ионов,  $\Gamma$  - коэффициент затухания осцилляций;

2) уравнение движения внешнего электрона в ионе

$$m \frac{d^2 \tilde{\mathbf{r}}}{dt^2} + m\Gamma \frac{d\tilde{\mathbf{r}}}{dt} + \nabla_r U_r = -e \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{d\tilde{\mathbf{r}}}{dt} \times \mathbf{B} \right), \quad (2)$$

где  $U_r = (q_{1r}/2)\tilde{r}^2 + (q_{2r}/3)\tilde{r}^3 + (q_{3r}/4)\tilde{r}^4$  - потенциальная энергия электрона;

3) уравнения электромагнитного поля

$$\nabla \times \mathbf{B} = c^{-1} (\dot{\mathbf{E}} + 4\pi \dot{\mathbf{P}}), \quad \nabla \times \mathbf{E} = -c^{-1} \dot{\mathbf{B}}, \quad (3)$$

где  $\mathbf{P} = e_{eff} N_C \mathbf{R} - e N_e \tilde{\mathbf{r}}$  - вектор поляризации среды,  $N_C$  - число ячеек,  $N_e$  - число электронов в единице объема,  $q_{jr}, q_{jR}$  - феноменологические упругие константы, точка над величиной обозначает частную производную по времени. В системе уравнений (1)-(3) учтена связь зарядов среды через электромагнитное поле.

Пренебрежем реакцией среды на магнитную компоненту высокочастотного электромагнитного поля  $|\mathbf{E}| \gg |c^{-1}(d\mathbf{R}/dt) \times \mathbf{B}|$ ,  $|\mathbf{E}| \gg |c^{-1}(d\tilde{\mathbf{r}}/dt) \times \mathbf{B}|$ . Тогда, представляя решения уравнений движения

(1) и (2) в форме рядов, где индекс члена ряда характеризует его степень малости,  $\tilde{\mathbf{r}} = \tilde{\mathbf{r}}_0 + \tilde{\mathbf{r}}_1 + \tilde{\mathbf{r}}_2 + \tilde{\mathbf{r}}_3$ ,

$\mathbf{R} = \mathbf{R}_0 + \mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2 + \mathbf{R}_3$ , для гармонического поля  $E \sim e^{-i\omega t}$  с помощью метода последовательных приближений [15] находим вектор поляризации среды в виде

$$\mathbf{P} = \chi_1 \mathbf{E}_a e^{-i\omega t} + \chi_{20} E_a \mathbf{E}_a + \chi_{22} E_a \mathbf{E}_a e^{-i2\omega t} + \chi_{31} E_a^2 \mathbf{E}_a e^{-i\omega t} + \chi_{33} E_a^2 \mathbf{E}_a e^{-i3\omega t}, \quad (4)$$

где  $\chi_1 = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\omega_e^2}{\tilde{\omega}_1^2} + \frac{\omega_I^2}{\tilde{\Omega}_1^2} \right)$ ,  $\chi_{20} = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{e\alpha_{2r}\omega_e^2}{m\omega_0^2 \left( (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \Gamma^2 \right)} - \frac{e_{eff}\alpha_{2R}\omega_I^2}{m_{eff}\Omega_{\perp}^2 \left( (\Omega_{\perp}^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \Gamma^2 \right)} \right)$ ,

$$\chi_{22} = \frac{1}{8\pi} \left( \frac{e\alpha_{2r}\omega_e^2}{m(\tilde{\omega}_1^2)^2 \tilde{\omega}_2^2} - \frac{e_{eff}\alpha_{2R}\omega_I^2}{m_{eff}(\tilde{\Omega}_1^2)^2 \tilde{\Omega}_2^2} \right), \quad \chi_{31} = -\frac{3}{16\pi} \left( \frac{e^2\alpha_{3r}\omega_e^2}{m^2(\tilde{\omega}_1^2)^3 (\tilde{\omega}_1^2)^*} + \frac{e_{eff}^2\alpha_{3R}\omega_I^2}{m_{eff}^2(\tilde{\Omega}_1^2)^3 (\tilde{\Omega}_1^2)^*} \right),$$

$$\chi_{33} = -\frac{1}{16\pi} \left( \frac{e^2\alpha_{3r}\omega_e^2}{m^2(\tilde{\omega}_1^2)^3 \tilde{\omega}_3^2} + \frac{e_{eff}^2\alpha_{3R}\omega_I^2}{m_{eff}^2(\tilde{\Omega}_1^2)^3 \tilde{\Omega}_3^2} \right), \quad \tilde{\omega}_1^2 = \omega_0^2 - \omega^2 - i\Gamma\omega, \quad \tilde{\omega}_2^2 = \omega_0^2 - (2\omega)^2 - i2\Gamma\omega,$$

$$\tilde{\omega}_3^2 = \omega_0^2 - (3\omega)^2 - i3\Gamma\omega, \quad \tilde{\Omega}_1^2 = \Omega_{\perp}^2 - \omega^2 - i\Gamma\omega, \quad \tilde{\Omega}_2^2 = \Omega_{\perp}^2 - (2\omega)^2 - i2\Gamma\omega,$$

$$\tilde{\Omega}_3^2 = \Omega_{\perp}^2 - (3\omega)^2 - i3\Gamma\omega, \quad \omega_e^2 = 4\pi e^2 N_e m^{-1}, \quad \omega_I^2 = 4\pi e_{eff}^2 N_C m_{eff}^{-1} - \text{электронная и ионная}$$

плазменные частоты,  $\omega_0^2 = q_{1r} m^{-1}$  - электронная резонансная частота,  $\Omega_{\perp}^2 = q_{1R} m_{eff}^{-1}$  - резонансная частота решетки,  $\alpha_{2r} = q_{2r} m^{-1}$ ,  $\alpha_{3r} = q_{3r} m^{-1}$ ,  $\alpha_{2R} = q_{2R} m_{eff}^{-1}$ ,  $\alpha_{3R} = q_{3R} m_{eff}^{-1}$ . В выражение для

вектора поляризации среды (4) входят феноменологические константы  $\Gamma, q_{jr}, q_{jR}$ , которые описывают линейные и нелинейные свойства среды, и определяются экспериментально. Свойства данной среды определяют также электронная  $\omega_e$  и ионная  $\omega_I$  плазменные частоты.

Представим электромагнитное поле в виде набора плоских волн  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_a \exp(-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{r})$ , и рассмотрим взаимодействие на первой гармонике в среде с кубичным откликом, то есть полагаем, что элементарная кристаллическая ячейка имеет локальный центр инверсии. Тогда вектор поляризации среды приобретает форму  $\mathbf{P} = (\chi_1 + \chi_{31} E_a^2) \mathbf{E}$ . Диэлектрическая проницаемость среды в рассматриваемом случае описывается выражением

$$\varepsilon = 1 + 4\pi\chi_1 + 4\pi\chi_{31} E_a^2. \quad (5)$$

Исключая вектор магнитной индукции  $\mathbf{B}$  из уравнений поля (3),  $\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -c^{-2} \varepsilon \ddot{\mathbf{E}}$ , получаем систему алгебраических уравнений

$$(k^2 - c^{-2} \varepsilon \omega^2) \mathbf{E} = \mathbf{k}(\mathbf{k}\mathbf{E}). \quad (6)$$

Разложим вектор электрического поля на поперечную и продольную компоненты  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_\perp + \mathbf{E}_\parallel$  по отношению к волновому вектору  $\mathbf{k}$ . Взаимодействие электромагнитных волн и зарядов среды осуществляется через поперечную компоненту поля,  $\mathbf{k}\mathbf{E}_\perp = 0$ . Учитывая это, из уравнения (6) с учетом выражения (5) получаем дисперсионное уравнение для нелинейных поляритонов

$$k^2 - c^{-2} \omega^2 (1 + 4\pi\chi_1 + 4\pi\chi_{31} E_a^2) = 0. \quad (7)$$

Спектр нелинейных поляритонов имеет 9 ветвей  $Re(\omega_j) > 0$  (рис. 1).

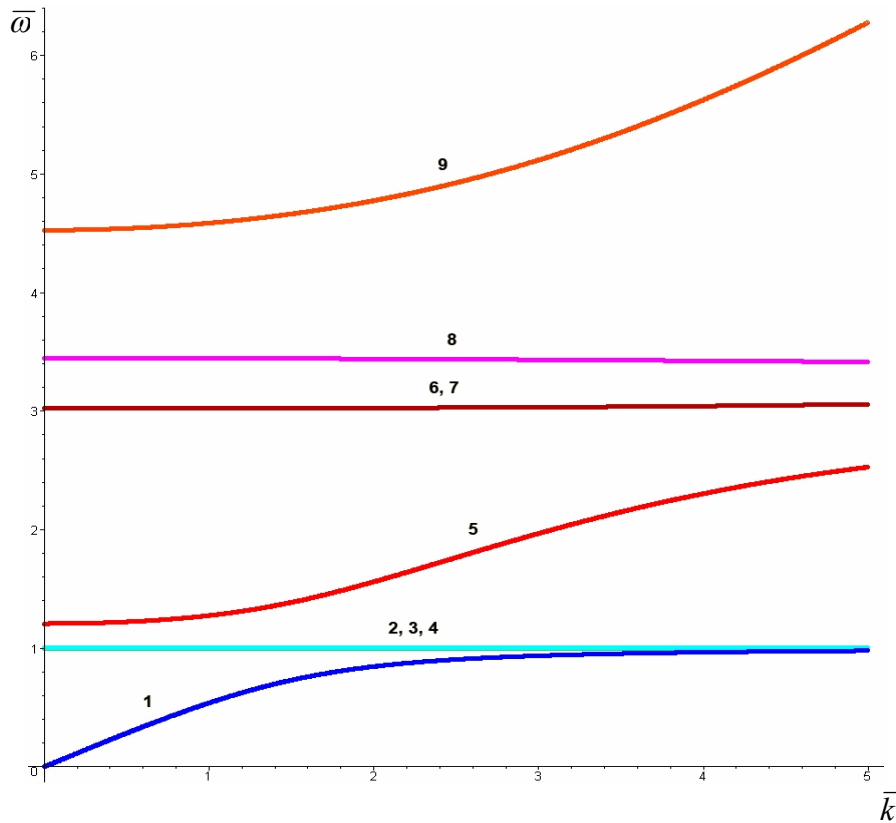


Рис. 1. Спектр поляритонов в нелинейной среде с кубичным откликом при  $E_a^2 = 100$ ,  $\Gamma = 0$ ,  $\bar{\omega} = \omega / \Omega_\perp$ ,  $\bar{k} = ck / \Omega_\perp$ .

В поляритонном спектре в нелинейной среде имеется 3 щели: первая – между 2, 3, 4 и 5 ветвями, вторая – между 6, 7 и 8 ветвями и третья – между 8 и 9 ветвями.

В случае  $\chi_3 \rightarrow 0$ , уравнение (7) описывает поляритоны в линейной среде с поглощением

$$c^2 k^2 - \omega^2 \left( 1 + \frac{\omega_e^2}{\tilde{\omega}_1^2} + \frac{\omega_l^2}{\tilde{\Omega}_1^2} \right) = 0. \text{ Спектр поляритонов в линейной среде имеет 3 ветви } Re(\omega_j) > 0 \text{ (рис.}$$

2). Из сравнения поляритонных спектров при малой интенсивности электромагнитного поля (в линейной среде) (рис. 2) и нелинейной среде (рис. 1) следует, что в нелинейной среде появляются новые спектральные ветви – с номерами 2, 3 и 4, а также 6, 7 и 8 (рис. 1). При этом ширина спектральных щелей зависит от интенсивности поля  $\sim E_a^2$ . Новые ветви в поляритонном спектре возникают в связи с дисперсией нелинейной восприимчивости среды  $\chi_{31}(\omega)$  (4).

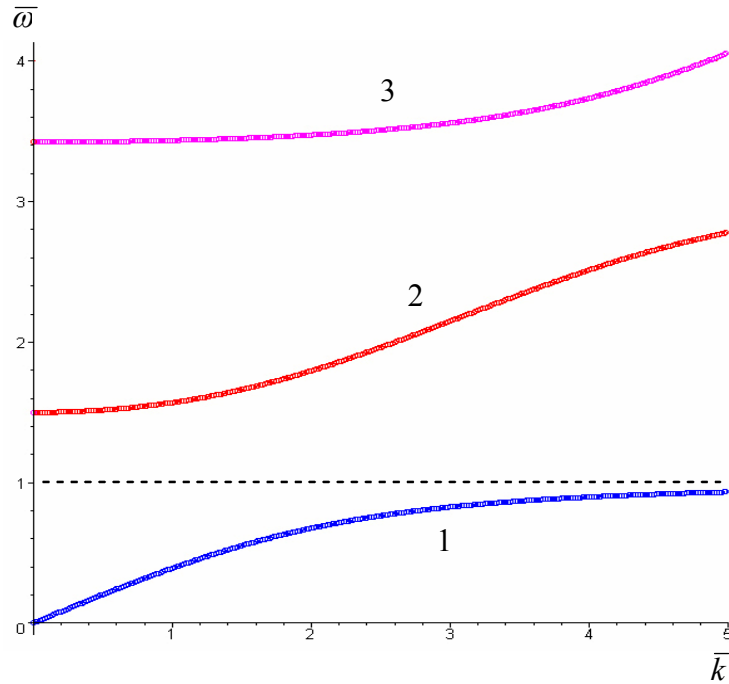


Рис. 2. Спектр поляритонов в линейной среде.

Если не учитывать дисперсионные свойства среды на оптических частотах, то есть электронную поляризацию  $\varepsilon_\infty = const$ , и пренебречь поглощением в среде  $\Gamma \rightarrow 0$ , то уравнение (7) при  $\chi_3 \rightarrow 0$  совпадает с хорошо известным дисперсионным уравнением для поляритонов в линейной среде  $c^2 k^2 - \omega^2 (\varepsilon_\infty + \omega_l^2 \tilde{\Omega}_1^{-2}) = 0$ , имеющим в спектре две ветви [1-4]. В этом случае линейная диэлектрическая проницаемость среды  $\varepsilon = \varepsilon_\infty + \omega_l^2 \tilde{\Omega}_1^{-2}$  зависит только от резонансной частоты решетки  $\Omega_1$ , лежащей в терагерцевом диапазоне.

### ЭНЕРГИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ И МЕХАНИЧЕСКИХ ОСЦИЛЛЯЦИЙ СРЕДЫ В ПОЛЯРИТОННОЙ ВОЛНЕ

Введем потенциал электромагнитного поля  $\mathbf{E} = -c^{-1} \dot{\mathbf{A}}, \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$  с калибровкой  $\nabla \mathbf{A} = 0, \phi = 0$ . Тогда системе, описываемой уравнениями (1)-(3), соответствует плотность функции Лагранжа

$$L = L_C + L_e + L_f, \quad (8)$$

где 
$$L_C = \frac{m_{eff} N_C}{2} \left( \frac{d\mathbf{R}}{dt} \right)^2 - N_C U_R - \frac{e_{eff} N_C}{c} \mathbf{R} \dot{\mathbf{A}}, \quad L_e = \frac{m N_e}{2} \left( \frac{d\tilde{\mathbf{r}}}{dt} \right)^2 - N_e U_r + \frac{e N_e}{c} \tilde{\mathbf{r}} \dot{\mathbf{A}},$$

$L_f = \frac{1}{8\pi c^2} \dot{\mathbf{A}}^2 - \frac{1}{8\pi} (\nabla \times \mathbf{A})^2$ . При этом в правые части уравнений движения зарядов

$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial (d\tilde{\mathbf{r}}/dt)} \right) = \nabla_r L, \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial (d\mathbf{R}/dt)} \right) = \nabla_R L$  следует добавить диссипативные силы

$$-\nabla_R \frac{m_{eff} \Gamma}{2} \left( \frac{d\mathbf{R}}{dt} \right)^2, \quad -\nabla_r \frac{m\Gamma}{2} \left( \frac{d\tilde{\mathbf{r}}}{dt} \right)^2, \quad \text{а уравнение поля принимает вид } \nabla^2 \mathbf{A} - c^{-2} \ddot{\mathbf{A}} = -4\pi c^{-2} \dot{\mathbf{P}}.$$

Найдем плотность функции Гамильтона  $\tilde{H} = \mathbf{P}_e d\tilde{\mathbf{r}}/dt + \mathbf{P}_c d\mathbf{R}/dt + \mathbf{P}_f \dot{\mathbf{A}} - L$ , где  $P_j = \partial L / \partial \dot{Q}_j$  - обобщенные импульсы,  $Q_j = (\tilde{r}_j, R_j, A_j)$ , используя выражение (8) для  $L$ ,

$$\tilde{H} = \frac{m_{eff} N_c}{2} \left( \frac{d\mathbf{R}}{dt} \right)^2 + \frac{m N_e}{2} \left( \frac{d\tilde{\mathbf{r}}}{dt} \right)^2 + N_c U_R + N_e U_r + \frac{1}{8\pi c^2} \dot{\mathbf{A}}^2 + \frac{1}{8\pi} (\nabla \times \mathbf{A})^2. \quad (9)$$

Выражение (9) для плотности энергии в среде позволяет найти соотношение между долями энергии поля фотонов  $w_f = \frac{1}{8\pi c^2} \dot{\mathbf{A}}^2 + \frac{1}{8\pi} (\nabla \times \mathbf{A})^2$  и поля фононов

$$w_p = \frac{m_{eff} N_c}{2} \left( \frac{d\mathbf{R}}{dt} \right)^2 + \frac{m N_e}{2} \left( \frac{d\tilde{\mathbf{r}}}{dt} \right)^2 + N_c U_R + N_e U_r \quad \text{при различных частотах. Подставляя в}$$

выражения  $w_f, w_p$  значения потенциала поля  $A = A_a \cos(\omega t - k z)$  для первой гармоники в

прозрачной среде, вектора смещения электрона  $\tilde{\mathbf{r}} = \left[ \frac{e \omega A_a}{m c (\omega_0^2 - \omega^2)} - \frac{3\alpha_{3r} e^3 \omega^3 A_a^3}{m^3 c^3 (\omega_0^2 - \omega^2)^4} \right] \sin(\omega t)$  и

вектора смещения ионов  $R = \left[ -\frac{e_{eff} \omega A_a}{m_{eff} c (\Omega_{\perp}^2 - \omega^2)} + \frac{3\alpha_{3R} e_{eff}^3 \omega^3 A_a^3}{m_{eff}^3 c^3 (\Omega_{\perp}^2 - \omega^2)^4} \right] \sin(\omega t)$ , при  $\Gamma = 0$  и

$k = \frac{\omega}{c} \left( 1 + \frac{\omega_e^2}{\omega_0^2 - \omega^2} + \frac{\omega_I^2}{\Omega_{\perp}^2 - \omega^2} \right)^{1/2}$ , усредняя по периоду осцилляций  $2\pi/\omega$ , получаем выражения

$$\bar{w}_f = \frac{A_a^2}{16\pi c^2} \omega^2 \left( 2 + \frac{\omega_e^2}{\omega_0^2 - \omega^2} + \frac{\omega_I^2}{\Omega_{\perp}^2 - \omega^2} \right), \quad (10)$$

$$\bar{w}_p = \frac{A_a^2}{16\pi c^2} \omega^2 \left\{ \begin{aligned} &\omega_e^2 (\omega_0^2 + \omega^2) \left[ \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2} - \frac{3\alpha_{3r} e^2 A_a^2}{m^2 c^2} \frac{\omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^4} \right]^2 \\ &+ \omega_I^2 (\Omega_{\perp}^2 + \omega^2) \left[ \frac{1}{\Omega_{\perp}^2 - \omega^2} - \frac{3\alpha_{3R} e_{eff}^2 A_a^2}{m_{eff}^2 c^2} \frac{\omega^2}{(\Omega_{\perp}^2 - \omega^2)^4} \right]^2 \end{aligned} \right\}. \quad (11)$$

Отношение  $\bar{w}_f / (\bar{w}_f + \bar{w}_p)$  характеризует доли энергии фотонного поля и поляритонного поля (смесь фотонов и фононов) в среде при различных значениях частоты (рис. 3).

Кривая 1 на рис. 3 представляет доли энергии фотонного и фононного полей в поляритонах нижней ветви 1, а кривая 2 – верхней ветви 2 поляритонного спектра (рис. 1, кривые 1, 5). На высоких частотах доля энергии фотонного поля стремится к 100%, а фононного поля – к нулю. Вблизи границ запрещенной зоны спектра энергия фотонного поля стремится к нулю, то есть в последнем случае практически вся энергия поляритонного поля переносится фононами. Аналогичная динамика перекачки энергии между фотонным и фононным полем наблюдается и в линейной среде [2].

## ВЫВОДЫ

Таким образом, электромагнитное поле, падающее на прозрачную среду, генерирует в ней поляритонную волну, в которой доли энергии фотонного и фононного полей зависят от дисперсионных свойств среды. В нелинейной среде поляритонный спектр приобретает дополнительные ветви и щели по сравнению с линейной средой, а ширина щелей зависит от интенсивности поля.

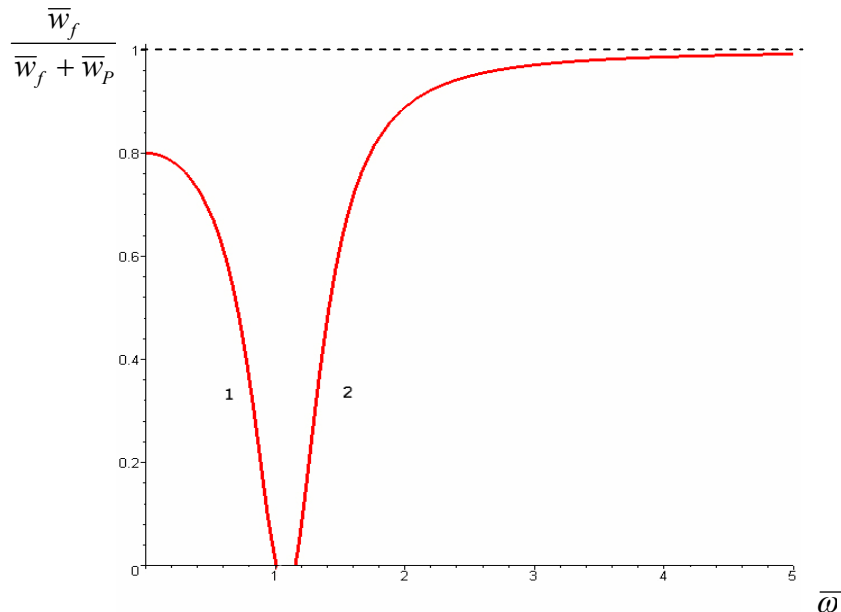


Рис. 3. Соотношение между долями энергии поля фотонов и поля поляритонов в среде при различных частотах.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Толпыго К.Б. Физические свойства решетки типа каменной соли, построенной из деформируемых ионов // ЖЭТФ. – 1950. – Т. 20, вып. 6. – С. 497–509.
2. Huang K. On the interaction between the radiation field and ionic crystals // Proc. Roy. Soc. – 1951. – Vol. A 208. – P. 352–365.
3. Hopfield J.J. Theory of the contribution of excitons to the complex dielectric constant of crystals // Phys. Rev. – 1958. – Vol. 112, No. 5. – P. 1555–1567.
4. Давыдов А.С. Физика твердого тела. – М.: Наука. – 1976.
5. Борисов С.Б. Поляритоны в магнитных диэлектриках / С.Б. Борисов, И.Л. Любчанский // ФТТ. – 1984. – Т. 26, № 11. – С. 3245–3249.
6. Каганов М.И., Пустыльник Н.Б., Шалаева Т.И. Магноны, магнитные поляритоны, магнитостатические волны // УФН. – 1997. – Т. 167, № 2. – С. 191–237.
7. Дзедолик И.В. Поляритоны в оптических волокнах и диэлектрических резонаторах. – Симферополь: ДиАйПи. – 2007.
8. Dzedolik I.V., Lapayeva S.N. Mass of polariton in different dielectric media // J. Opt. – 2011. – Vol. 13. – 015204. – 7 p.
9. Дзедолик И.В., Каракчиева О.С., Микутьская Ю.П. Управление спектром поляритонов в диэлектрической среде // Ученые записки Таврического национального университета им. В.И. Вернадского. Серия: «Физико-математические науки». – 2010. – Т. 23(62), № 3. – С. 64–74.
10. Weisbuch C., Benisty H., Houdre R. Overview of fundamentals and applications of electrons, excitons and photons in confined structures // Journal of Luminescence – 2000 – V. 85 – P. 271–293.
11. Pereira Jr. M. F., Galbraith I., and Koch S. W., Duggan G. Exciton binding energies in semiconductor superlattices: An anisotropic-effective-medium approach // Phys. Rev. B – 1990 – V. 42 – P. 7084–7089.
12. Pereira Jr., M. F. Many particle and bandstructure effects in intersubband quantum well optics // Semiconductor Physics, Quantum Electronics & Optoelectronics – 2003 – V. 6 – Issue 3 – p316–318.
13. Pereira Jr., M. F. Interband vs. intersubband polaritons and the relevance of quantum confinement // WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim – 2009.
14. Lee Y.-S. Principles of Terahertz Science and Technology. – New York: Springer Science+Business Media, LLC. – 2009.
15. Yariv A. Introduction to optical electronics. – New York: Holt, Rinehart and Winston. – 1976.