

УДК 621.373.826

ХАРАКТЕРИСТИКИ МОД МЕТАЛЛИЧЕСКОГО ВОЛНОВОДНОГО РЕЗОНАТОРА СО СФЕРИЧЕСКИМ ОТРАЖАТЕЛЕМ

О.В. Гурин, А.В. Дегтярев, В.А. Маслов, В.С. Сенюта, В.А. Свич, А.Н. Топков

Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина

пл. Свободы, 4, Харьков, 61077, Украина

e-mail: Andrey.V.Degtyarev@univer.kharkov.ua

Поступила в редакцию 7 октября 2011 г.

Исследовано влияние кривизны сферического зеркала металлического волноводного резонатора субмиллиметрового лазера ($\lambda = 0,4326$ мм) на энергетические потери и модовый состав излучения. Показано, что наличие квадратичных фазовых aberrаций в зеркалах волноводного резонатора с увеличением его числа Френеля при монотонном убывании потерь энергии низшей несимметричной TE_{11q} моды резонатора из-за уменьшения волноводных потерь приводит также к их существенной неперидической осцилляции.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: волноводный резонатор, сферический отражатель, терагерцевый диапазон, энергетические потери, модовый состав

Досліджено вплив кривизни сферичного дзеркала металевого хвилевідного резонатора субміліметрового лазера ($\lambda = 0,4326$ мм) енергетичні втрати і модовий склад випромінювання. Показано, що наявність квадратичних фазових aberrацій в дзеркалах хвилевідного резонатора із збільшенням його числа Френеля при монотонному убаванні втрат енергії нижчої несиметричною TE_{11q} моди резонатора через зменшення хвилевідних втрат призводить також до їх істотної неперидичної осциляції.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: хвилевідний резонатор, роз'юстування дзеркал, терагерцевий діапазон, енергетичні втрати, модовий склад

The influence of the curvature of the spherical mirror for metallic waveguide resonator of submillimeter laser ($\lambda = 0.4326$ mm) on energy losses and the mode composition of radiation is investigated. It is shown that the presence of quadratic phase aberrations in the mirrors of the waveguide cavity with an increase of its Fresnel number at monotonically decreasing of the energy losses for fundamental asymmetric mode TE_{11q} due to a decrease of waveguide losses also leads to their substantial non-periodic oscillation.

KEYWORDS: waveguide resonator, misalignment of the mirrors, terahertz range, energy losses, mode composition, polarization

ВВЕДЕНИЕ

Волноводные резонаторы представляют новый класс резонансных структур, применение которых в лазерах позволило максимально реализовать возможности активных газоразрядных, твердотельных и жидкостных сред в отношении как энергетических, так и спектральных характеристик [1 – 4]. В литературе неоднократно отмечалась высокая модовая селективность и устойчивость к разъюстировке резонаторов волноводных лазеров. Например, в [5] было показано, что введение в резонатор дополнительных потерь (проволочек), разъюстировка зеркал и наложение внешнего магнитного поля приводят лишь к изменению мощности генерации, но не меняют модового состава излучения. Однако влияние квадратичных фазовых aberrаций на характеристики излучения волноводных квазиоптических резонаторов субмиллиметровых лазеров в литературе не рассмотрено.

В настоящей работе представлены результаты теоретических исследований влияния сферического зеркала металлического волноводного резонатора субмиллиметрового лазера ($\lambda = 0,4326$ мм) на энергетические потери и модовый состав излучения.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ

Рассмотрим геометрию резонатора с круглым поперечным сечением полого канала, закрытого на торцах зеркалами, одно из которых имеет плоскую поверхность, другое – сферическую (рис. 1). Процесс формирования резонаторных типов колебаний будем рассматривать как интерференцию распространяющихся по волноводу навстречу друг другу волновых пучков, отражаемых рефлекторами. Представим искомые функции распределения поля, описывающие типы колебаний металлического резонатора, в виде разложения в ряд по симметричным и несимметричным ортогональным волноводным модам TE- и TM-типов [6].

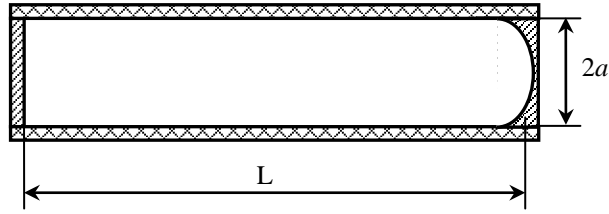


Рис. 1. Волноводный резонатор со сферическим зеркалом

Взаимодействие излучения со сферической поверхностью одного из отражателей опишем с помощью функции фазовой коррекции [7]. Обозначим диаметр волновода через $2a$, его длину через L , радиус кривизны одного из зеркал – R , а ортонормированные функции волновода как $\vec{V}_i(\rho, \varphi)$, где $\rho = r/a$, φ – цилиндрические координаты. При расчете данного резонатора предполагалось, что выполнены условия квазиоптического приближения [8]: все размеры резонатора превышают длину волны λ ($L/\lambda \gg 1$, $a/\lambda \gg 1$), а продольные размеры значительно больше поперечных ($L/a \gg 1$). Зависимость от времени, пропорциональную $\exp(-i\omega t)$ ($\omega = ck$, c – скорость света в вакууме, $k = 2\pi/\lambda$), далее опускали.

Нормированные поперечные компоненты электрического поля для собственных волн ТЕ- и ТМ-типов в цилиндрической системе координат имеют следующий вид:

$$\vec{V}_{mn}^{TE}(r, \varphi) = \pm \bar{r}_0 A_{mn} \frac{m}{r} J_m \left(\frac{\chi'_{mn} r}{a} \right) \begin{Bmatrix} \sin m\varphi \\ \cos m\varphi \end{Bmatrix} + \bar{\varphi}_0 A_{mn} \frac{\chi'_{mn}}{a} J'_m \left(\frac{\chi'_{mn} r}{a} \right) \begin{Bmatrix} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{Bmatrix},$$

$$\vec{V}_{mn}^{TM}(r, \varphi) = -\bar{r}_0 B_{mn} \frac{1}{a} J'_m \left(\frac{\chi_{mn} r}{a} \right) \begin{Bmatrix} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{Bmatrix} \pm \bar{\varphi}_0 B_{mn} \frac{m}{\chi_{mn} r} J_m \left(\frac{\chi_{mn} r}{a} \right) \begin{Bmatrix} \sin m\varphi \\ \cos m\varphi \end{Bmatrix},$$

где $\bar{r}_0, \bar{\varphi}_0$ – орты цилиндрических координат, m и n – целочисленные азимутальный и радиальный индексы волн, соответственно,

$$A_{mn} = \left[\frac{\varepsilon_m}{\pi(\chi'_{mn}{}^2 - m^2)} \right]^{1/2} \frac{1}{J_m(\chi'_{mn})};$$

$$B_{mn} = \left(\frac{\varepsilon_m}{\pi} \right)^{1/2} \frac{1}{J_{m+1}(\chi_{mn})}$$

– нормирующие множители; J_m – функция Бесселя 1-го рода порядка m ; χ'_{mn} – n -й корень уравнения $J'_m(\chi') = 0$, χ_{mn} – n -й корень уравнения $J_m(\chi) = 0$, $\varepsilon_m = \begin{cases} 1 & \text{if } m = 0, \\ 2 & \text{if } m \neq 0. \end{cases}$

Запишем выражение для искомой комплексной амплитуды компоненты электромагнитного поля парциального пучка, падающего на раскрыт плоского зеркала, в виде:

$$\vec{U}_{(1)}(\rho, \varphi) = \sum_{i=1}^{2N} C_i \vec{V}_i(\rho, \varphi), \quad (1)$$

где $\vec{V}_i(\rho, \varphi) = \begin{cases} \vec{V}_{mn}^{TE}(\rho, \varphi), & i \leq N, \\ \vec{V}_{mn}^{TM}(\rho, \varphi), & i > N, \end{cases}$, C_i – коэффициенты возбуждения соответствующих $2N$ волноводных

мод. Выражение для комплексной амплитуды компоненты поля волнового пучка на расстоянии L от раскрытия плоского зеркала, можно записать в виде:

$$\vec{U}_{(2)}(\rho, \varphi) = \sum_{i=1}^{2N} C_i \vec{V}_i(\rho, \varphi) \exp(i\gamma_i L). \quad (2)$$

где γ_i – постоянные распространения волноводных мод

После взаимодействия волны со сферическим отражателем на его раскрые рассматриваемая компонента поля может быть представлена выражением

$$\vec{U}_{(2)}(\rho, \varphi) = \sum_{i=1}^{2N} C_i F(\rho) \vec{V}_i(\rho, \varphi) \exp(i\gamma_i L), \quad (3)$$

где $F(\rho)$ – функция фазовой коррекции сферического отражателя. Эта функция имеет согласно [7] следующий вид:

$$F(\rho) = \exp(-i2\pi N \nu \rho^2), \quad (4)$$

$N = a^2/\lambda L$ – число Френеля резонатора, $\nu = L/R$. Такое описание справедливо при $L, R \gg a$, что в ИК и субмиллиметровых лазерах всегда выполняется. Перепишем (3), представив $F(\rho) \vec{V}_i(\rho, \varphi)$ в виде ряда по собственным функциям волновода, т.е.:

$$\vec{U}_{(3)}(\rho, \varphi) = \sum_i^{2N} C_i \exp(i\gamma_i L) \sum_j^{2N} B_{ij} \vec{V}_j(\rho, \varphi), \quad (5)$$

где

$$B_{ij} = \int_0^1 \int_0^{2\pi} F(\rho) \vec{V}_i(\rho, \varphi) \vec{V}_j(\rho, \varphi) \rho d\rho d\varphi.$$

Исходя из (5) представим выражение для комплексной амплитуды волнового пучка, падающего на раскрыт плоского отражателя, в виде

$$\vec{U}_{(4)}(\rho, \varphi) = \sum_i^{2N} C_i \exp(i\gamma_i L) \sum_j^{2N} B_{ij} \vec{V}_j(\rho, \varphi) \exp(i\gamma_j L). \quad (6)$$

Отметим, что $\vec{U}_{(4)}(\rho, \varphi)$ получено в результате кругового обхода волны, характеризуемой функцией $\vec{U}_{(1)}(\rho, \varphi)$ из (1). Для установившихся колебаний в резонаторе компонента поля в парциальном пучке до и после кругового обхода изменяется в соответствии с выражением [8] $\vec{U}_{(4)}(\rho, \varphi) = \exp(i2kL) \alpha \vec{U}_{(1)}(\rho, \varphi)$, откуда из (1) и (6) получаем уравнение для нахождения основных характеристик собственных типов колебаний исследуемого резонатора:

$$\alpha \cdot C_g = \sum_i^{2N} C_i B_{ig} \cdot \exp(i(\gamma_i + \gamma_g)L), \quad g = 1, \dots, 2N. \quad (7)$$

Относительные потери энергии мод за круговой обход резонатора определяются выражением $\Delta = 1 - |\alpha|^2$. Относительные доли энергии волноводных мод, формирующих резонаторную моду, равны

$$\zeta_m = |C_m|^2 / \sum_{i=1}^{2N} |C_i|^2.$$

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА

Для численного решения (7) матричным методом [9] была составлена программа с применением квадратурной формулы Гаусса (матрица $2N \times 2N$, $N = 45$). Порядок матрицы определялся использованием в расчете первых пяти m -типов симметричных и несимметричных $TE_{0n} \dots TE_{4n}$, $TM_{0n} \dots TM_{4n}$ мод. При определении порядка матрицы также учтено поляризационное вырождение, характерное для несимметричных мод круглого металлического волновода, обладающего симметрией вращения [10]. Число волноводных мод n в каждом m -типе, определяемое необходимой точностью расчета, выбрано равным $n = 5$. Расчеты проведены для резонаторной моды TE_{11q} , имеющей наибольшую степень линейной поляризации и обычно наблюдаемую в эксперименте.

Модовые характеристики исследуемого резонатора зависят от трех параметров, связанных с геометрией волновода и сферического зеркала, – радиуса волновода a , его длины L и радиуса кривизны отражателя R . На рис. 2 приведена зависимость потерь энергии за круговой обход для низшей несимметричной моды TE_{11q} плоскопараллельного резонатора и резонатора со сферическим отражателем от числа Френеля N , которое изменялось при фиксированных параметрах $\lambda = 432,6$ мкм, $L = 0,720$ м, $R = 1,44$ м ($\nu = 0,5$) путем изменения радиуса волновода.

Проведенные расчеты указывают на то, что в субмиллиметровом диапазоне для металлического волноводного резонатора со сферическим зеркалом характерна непериодическая осциллирующая

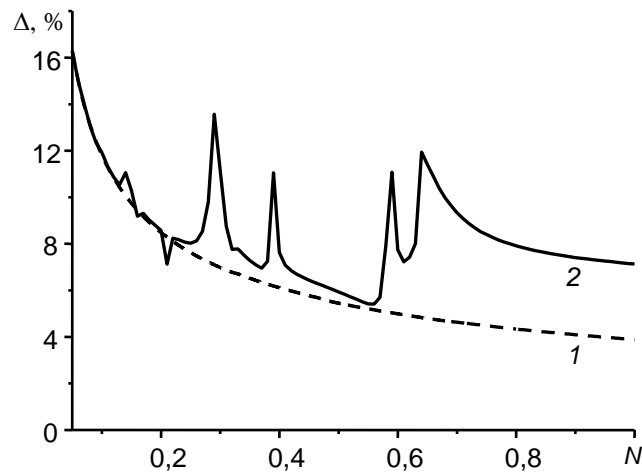


Рис. 2. Зависимость потерь энергии Δ низшего несимметричного типа колебаний TE_{11q} за круговой проход от числа Френеля N в плоскопараллельном резонаторе (1) и в резонаторе со сферическим зеркалом (2).

зависимость потерь энергии от числа Френеля, наложенная на их монотонное убывание, связанное с уменьшением потерь на распространение излучения в волноводе. Наличие осцилляций в ней объясняется тем, что при определенных геометриях резонатора в случае со сферическим зеркалом происходит перераспределение энергии между волноводными модами, формирующим резонаторную моду. При этом вклад моды TE_{11} в исходный пучок уменьшается, а вклад высших мод различных типов увеличивается. Этот эффект проиллюстрирован на рис. 3.

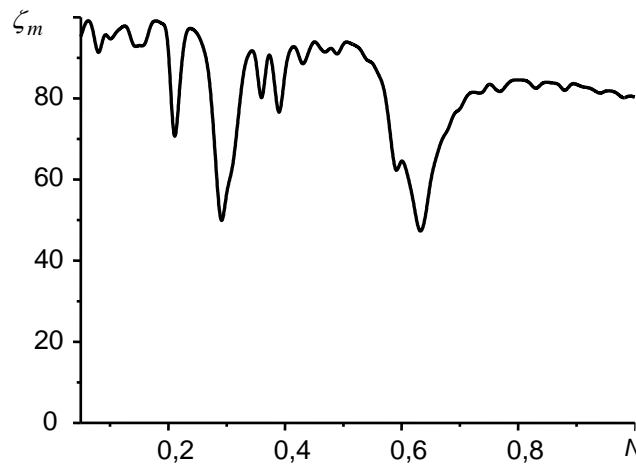


Рис. 3. Зависимость относительной доли энергии ζ_m волноводной моды TE_{11} , формирующей резонаторную моду TE_{11q} , от числа Френеля N , соответствующая результатам рис. 2 (кривая 2).

ВЫВОДЫ

Теоретически исследовано влияние квадратичных фазовых аберраций на энергетические характеристики низшей несимметричной моды металлического волноводного квазиоптического резонатора круглого сечения в субмиллиметровом диапазоне длин волн. Проведен их сравнительный анализ с характеристиками несимметричных мод плоскопараллельного резонатора. Установлено, что наличие сферического зеркала в волноводном резонаторе при увеличении его числа Френеля при монотонном убывании потерь энергии низшей несимметричной TE_{11q} моды резонатора из-за уменьшения волноводных потерь приводит также к их существенной неперидической осцилляции. Это связано с междутиповым взаимодействием волноводных мод, формирующих резонаторную моду.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hodgson N., Weber H. Laser Resonators and Beam Propagation: Fundamentals, Advanced Concepts and Applications, New York: Springer, 2005.
2. Очкин В.Н. Волноводные газовые лазеры, Москва: Знание, 1988.

3. Белянко А.Е., Липатов Н.И., Пашинин П.П., Прохоров А.М. Электродинамика полых диэлектрических волноводов газоразрядных лазеров среднего ИК диапазона // Труды ИОФАН. – 1989. № 17, – С. 117-.
4. Wasilewski B., Baker H.J., Hall D.R. Intracavity Beam Behavior in Hybrid Resonator Planar-Waveguide CO₂ Lasers // Appl. Opt. – 2000. Vol. 39. №33. – P. 6174-6187.
5. Jensen R.E., Tobin M.S. CO₂ Waveguide Gas Laser // Appl. Phys. Lett. – 1972. Vol. 20. –P. 508-510.
6. Фельд Я.Н. Справочник по волноводам, Москва: Советское Радио, 1952.
7. Goodman J. W. Introduction to Fourier Optics 2nd ed., New York: McGraw-Hill, 1996.
8. Каценеленбаум Б.З. Высокочастотная электродинамика, Москва: Наука, 1966.
9. Sanderson R.L., Streifer W. Unstable Laser Resonator Modes // Appl. Opt. – 1969. – Vol. 8. –P. 2129-2136.
10. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны, Москва: Радио и связь, 1988.