

УДК 537.874.6;535.015

## РЕЗОНАНСЫ НА ЗАПЕРТЫХ МОДАХ В ПЕРИОДИЧЕСКИХ ПЛАНАРНЫХ СТРУКТУРАХ ИЗ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

**В.В. Харди́ков<sup>1,2</sup>, Е.О. Ярко<sup>2</sup>, С.Л. Просви́рнин<sup>1,2</sup>**

<sup>1</sup>Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина  
пл. Свободы, 4, Харьков, 61077, Украина  
e-mail: khardikov@univer.kharkov.ua

<sup>2</sup>Радиоастрономический институт НАН Украины  
ул. Краснознаменная, 4, Харьков, 61002, Украина  
24 декабря 2010

Приведены результаты исследования резонансных явлений в планарной периодической структуре из диэлектрических элементов. Решена задача дифракции плоской волны на структуре, периодическая ячейка которой включает два слабо отличающихся по длине диэлектрических бруска. Впервые показано существование высокодобротных резонансов на запертой моде в таких структурах. Важная особенность обнаруженных резонансов - это большой красный сдвиг относительно резонанса в «одноэлементной» структуре, обусловленный сильным взаимодействием полей в соседних брусках. Это свойство дает возможность проектировать резонансные периодические структуры из материалов с относительно небольшим коэффициентом преломления, например, полупроводников в их окнах прозрачности. В ближнем инфракрасном диапазоне исследованы свойства резонанса на запертой моде в периодической структуре с брусками из германия. Показано, что с уменьшением степени асимметрии структуры растет величина красного сдвига резонанса и его добротность.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** Запертая мода, Фано-резонанс, планарная периодическая структура из диэлектрических элементов, периодическая структура из германия, дифракция света, дифракция инфракрасных волн.

Наведено результати дослідження резонансних явищ у планарній періодичній структурі із діелектричних елементів. Розв'язана задача дифракції плоскої хвилі на структурі, періодична комірка якої включає два слабо відмінних за довжиною діелектричних бруска. Вперше показано наявність високодобротних резонансів на замкненій моді в таких структурах. Важлива особливість виявлених резонансів - це великий червоний зсув відносно резонансу в «одноелементній» структурі, що зумовлений сильною взаємодією полів у сусідніх брусках. Ця властивість відкриває широкі перспективи при проектуванні резонансних періодичних структур із матеріалів з відносно невеликим коефіцієнтом заломлення, наприклад, напівпровідників в їх вікнах прозорості. В близькому інфрачервоному діапазоні досліджені властивості резонансів на замкненій моді в планарній періодичній структурі з брусками із германію. Наведено, що при зменшенні ступеня асиметрії структури зростає величина червоного зсуву резонансу і його добротність.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** Замкнена мода, Фано-резонанс, планарна періодична структура із діелектричних елементів, періодична структура із германію, дифракція світла, дифракція інфрачервоних хвиль.

Results of research of resonance phenomena in planar periodic structures consisted of dielectric elements are presented. A problem of plane wave diffraction by a structure with a periodic cell consisted of two dielectric bars differed by their lengths has been solved. For the first time an existence of high Q-factor trapped mode resonances has been revealed in these structures. Main peculiarity of observed resonances is a great red shift relatively to a resonance of planar structure with a single dielectric bar in the periodic cell. The red shift is caused by strong coupling of electromagnetic fields in neighboring dielectric bar resonators. This property is very attractive to design resonance periodic planar structures by using moderate refractive index materials as semiconductors within their transparency window. In near infrared band, the trapped mode resonances of periodic planar structure consisted of germanium bars have been studied. It was shown that decreasing of structure asymmetry degree results increasing of a red shift and Q-factor of resonance.

**KEY WORDS:** Trapped mode, Fano resonance, planar periodic structure consisted of dielectric elements, germanium periodic structure, light diffraction, infrared wave diffraction.

Планарные периодические структуры получили широкое применение в технике микроволнового и оптического диапазонов длин волн. Их используют как основу для создания различного рода высокоимпедансных, частотно- и поляризационно-селективных поверхностей [1], а также

метаматериалов - искусственных сред, обладающих свойствами, которые не обнаружены у естественных материалов, и перспективных для применений [2-7].

В настоящее время наиболее интересными в физическом плане и важными для разнообразных приложений являются работы по созданию метаматериалов для оптического и инфракрасного диапазонов длин волн. Как правило, используются металлические периодические структуры на диэлектрических подложках. Особый интерес представляют периодические планарные структуры из металлических элементов сложной формы. Сложная форма металлических элементов дает возможность получить резонансное отражение и прохождение электромагнитных волн без рассеяния света в высшие дифракционные порядки, как в свободном пространстве, так и в подложке. Такой режим взаимодействия света с планарной периодической структурой реализуется, если размеры ее периодической ячейки меньше длины волны в подложке. К сожалению, добротность наблюдаемых в таких структурах резонансов весьма мала, что связано, во-первых, со значительными диссипативными потерями в металле в видимом и ближнем инфракрасном диапазоне, и, во-вторых, с большими радиационными потерями из малого объема, в котором запасается энергия электромагнитного поля (размеры периодической ячейки структуры меньше длины волны).

Величина радиационных потерь определяется степенью электродинамической связи токов в металлических элементах структуры и плоскими волнами в свободном пространстве и в подложке. Относительно недавно было теоретически показано существование [8, 9], а затем теоретически [10] и экспериментально [11] исследованы свойства особого типа высокодобротных резонансов в планарных открытых периодических структурах микроволнового диапазона, которые получили название резонансов на запертых модах. Этот тип резонансов связан с возбуждением на металлических элементах структуры противофазных токов, что приводит к снижению радиационных потерь и, как следствие, к более высокой добротности таких резонансов по сравнению с обычными резонансами.

Резонансы на запертых модах возбуждаются, в частности, в структурах, содержащих два и более примерно равных по размеру и подобных по форме металлических элемента в периодической ячейке. Степень электродинамической связи между противофазной модой тока и плоской волной в свободном пространстве и в подложке, а, следовательно, и добротность рассматриваемых резонансов, существенным образом зависит от степени асимметрии структуры. Отметим, что в структуре с симметричными элементами отсутствует электродинамическая связь между плоской волной и противофазной модой тока, и поэтому резонансы на запертой моде не возбуждаются. Малая величина степени асимметрии структуры позволяет снизить радиационные потери практически до нуля. Это означает, что резонансы на запертых модах плоской совершенно открытой гипотетической (без диссипации) структуры из металлических элементов на подложке, могут обладать сколь угодно большой добротностью. В этом и состоит отличие резонансов на запертых модах от обычных резонансов, наблюдаемых в планарных структурах.

Уникальные свойства резонансов на запертых модах обусловили интерес к ним при проектировании периодических структур, предназначенных для работы в видимом свете и в инфракрасном диапазоне длин волн. В настоящее время свойства этих резонансов и условия их возникновения в металлodieлектрических периодических структурах в ближнем инфракрасном диапазоне хорошо изучены [12, 13]. Резонансы отражения и прохождения в режиме запертой моды оказываются значительно более добротными, чем обычные размерные резонансы. Однако в рассматриваемом диапазоне длин волн металлы обладают сильной дисперсией и, как следствие, в них наблюдается колоссальная диссипация энергии. Поскольку в режиме резонансов на запертой моде наведенные в металлических элементах противофазные токи могут иметь большие амплитуды, то эти резонансы сопровождаются значительной диссипацией энергии. Таким образом, в ближнем инфракрасном и оптическом диапазоне длин волн с ростом степени асимметрии структуры наблюдается рост радиационных потерь и уменьшение диссипативных потерь в металлических элементах, уменьшение асимметрии приводит к обратной зависимости. Как результат, добротность резонансов на запертой моде в этом диапазоне, хотя и значительно выше добротности обычных резонансов, но, все же, не превышает нескольких десятков.

Оригинальный метод увеличения добротности резонансов на запертой моде предложен и подтвержден экспериментальными исследованиями в статьях [14, 15]. В этих работах предложено ввести в периодическую структуру между массивом металлических элементов и подложкой тонкий слой активного материала с оптической накачкой. В режиме резонанса на запертой моде сильные поля внутри периодической структуры приводят к стимулированному излучению из активного материала на резонансной частоте. Результат такого взаимодействия может рассматриваться как компенсация диссипативных потерь в металле за счет излучения из слоя активного материала. Если мощность излучения активного слоя превысит мощность диссипации в металлических элементах, то такая система начнет генерировать излучение на резонансной частоте. Идея создания генератора когерентного

излучения на основе планарной периодической структуры в режиме резонанса на запертой моде, расположенной на подложке из активного материала, предложена в [16].

Существует и другой естественный способ уменьшения диссипативных потерь в планарной периодической структуре – исключить металлические элементы и использовать для создания структуры материалы с малыми потерями, т.е. диэлектрики. Однако природа резонансов в планарных периодических структурах, состоящих из металлических элементов, принципиально отличается от природы резонансов в структурах из диэлектрических элементов. В первом случае на поверхности раздела металл-диэлектрик создается поверхностная волна (плазмон-поляритон), бегущая вдоль металлического элемента периодической структуры. Другими словами, вдоль металлического элемента течет ток, причем ток течет вдоль всего металлического элемента, какой бы сложной формы он ни был. Поэтому, за счет сложной формы проводника, мы можем выбрать его длину настолько большой, чтобы обеспечить условия резонанса плазмон-поляритона на длинах волн, превосходящих размер периодической ячейки. В общем случае длина металлического элемента должна быть кратна целому числу длин полувольт плазмон-поляритона.

Диэлектрический элемент периодической структуры - это, по сути, открытый объемный диэлектрический резонатор. Условие малости размеров периодической ячейки по сравнению с длиной волны в подложке ограничивает размеры возможных диэлектрических резонаторов, которые могут быть использованы в качестве элементов планарной структуры. Усложнение формы диэлектрического элемента не дает такого же выигрыша в увеличении резонансной длины волны, как в случае структуры, построенной из металлических элементов. С другой стороны, анализ и интерпретация спектральных характеристик структур из диэлектрических элементов сложной формы представляет собой серьезную проблему.

Целью данной работы является демонстрация возможности возбуждения резонанса на запертой моде в периодической планарной диэлектрической структуре со сравнительно простой геометрией, и исследование его основных особенностей в сравнении с резонансом в структуре из металлических элементов.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОД РЕШЕНИЯ

Рассматривается задача дифракции плоской волны на периодической в двух направлениях планарной структуре, периодическая ячейка которой содержит два параллельных друг другу диэлектрических бруска различной длины, расположенных на подложке толщиной  $L$  (см. рис. 1). Линейно поляризованная электромагнитная волна падает нормально к плоскости структуры. Мы рассматриваем ближний инфракрасный диапазон длин волн: 1000-3000 нм. Вектор напряженности электрического поля падающей волны направлен вдоль оси  $Ox$ , т.е. вдоль брусков. Квадратная периодическая ячейка структуры имеет размеры  $d_x = d_y = 975$  нм. Предполагается, что материалом подложки служит силика (синтетический оксид кремния). Показатель преломления силики в выбранном диапазоне длин волн приблизительно равен 1.46, а потери пренебрежимо малы [17]. Диэлектрические бруски имеют квадратные поперечные сечения с одинаковыми размерами  $l \times l$  и разную длину  $h_1$  и  $h_2$  ( $h_1 \geq h_2$ ).

Рассмотрим ситуацию, когда резонансное взаимодействие рассматриваемой структуры с плоской волной обусловлено резонансами в отдельных брусках. Именно в таком случае можно ожидать

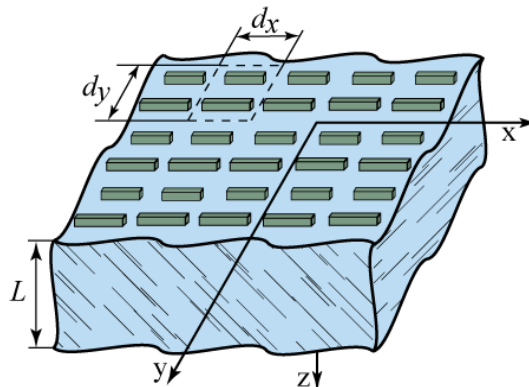


Рис. 1. Геометрия рассматриваемой двумерно периодической планарной структуры с двумя диэлектрическими элементами в ячейке.

формирования в структуре резонанса на запертой моде. Резонансная частота отдельного бруска определяется двумя факторами: его размерами и диэлектрической проницаемостью материала. Длина брусков ограничена размерами периодической ячейки, а размер его поперечного сечения - условием отсутствия интерференционных резонансов в соответствующих направлениях (по толщине и ширине бруска), т.е. условием  $l\sqrt{\varepsilon} < \lambda/2$ , где  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость материала брусков. Вторым фактор (величина диэлектрической проницаемости) в инфракрасном и оптическом диапазонах также в значительной мере ограничен в кругу подходящих диэлектриков. Диэлектрическая проницаемость большинства диэлектриков, используемых в интегральных технологиях в данном диапазоне длин волн, не превышает 4. Поэтому в качестве материала периодической структуры целесообразно использовать полупроводники. В оптическом и инфракрасном диапазоне у ряда полупроводников существуют так называемые окна прозрачности. На длинах волн в пределах этих окон полупроводники ведут себя как диэлектрики с достаточно большой ( $\sim 14\div 20$ ) относительной диэлектрической проницаемостью и малыми потерями (мнимая часть диэлектрической проницаемости имеет величину  $\sim 10^{-3}$ ). Так, например, германий в своем окне прозрачности (1600-2000 нм) имеет коэффициент преломления в пределах 4.07–4.23 [18].

Для решения задачи дифракции используется численный метод, описанный в [19], который основывается на псевдоспектральном методе временной области с отображением сетки [20] и методе матриц передачи. В данной работе мы не учитываем дисперсию материалов периодической структуры поскольку, во-первых, дисперсия является слабой для выбранных материалов, во-вторых, она не влияет принципиальным образом на возможность формирования и свойства резонанса на запертой моде и, в-третьих, учет ее влияния вносит дополнительные сложности в физический анализ результатов. Отметим, однако, что в рамках используемого метода дисперсия может быть легко учтена.

### РЕЗОНАНСЫ НА ЗАПЕРТОЙ МОДЕ В СТРУКТУРАХ ИЗ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ БРУСКОВ

Для наглядности результатов рассмотрим случай, когда подложка занимает все полупространство  $z > 0$ . Как показано в [19], учет конечной толщины подложки приводит только к появлению на спектральных зависимостях коэффициентов отражения и прохождения структуры на полубесконечной подложке частых осцилляций сравнительно небольшой амплитуды, обусловленных интерференционными резонансами в подложке. Отметим также, что в реальных образцах структур с большой по сравнению с длиной волны толщиной подложки ( $\sim 0,5$  мм) интерференционные резонансы разрушаются, поскольку подложка не является идеальной.

Для анализа различий между резонансами на запертых модах в структурах с металлическими и диэлектрическими элементами на рис. 2 приведены спектральные зависимости коэффициентов отражения структур с двумя различными по длине золотыми дипольными элементами в периодической ячейке и соответствующих «одноэлементных» структур. Видно, что резонанс на запертой моде формируется в промежутке между резонансными длинами волн «одноэлементных» структур.

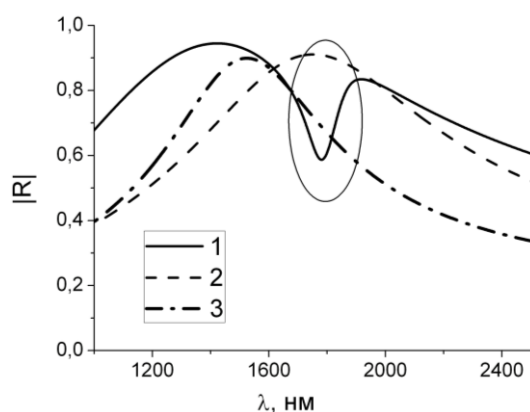


Рис. 2. Зависимости коэффициента отражения от длины волны для структуры с двумя золотыми дипольными элементами (длины металлических брусков 400 нм и 450 нм) в периодической ячейке (кривая 1) и структур с одним дипольным элементом длиной 450 нм (кривая 2) и 400 нм (кривая 3) в случае размеров ячейки  $d_x = d_y = 500$  нм и бруска  $l = 50$  нм.

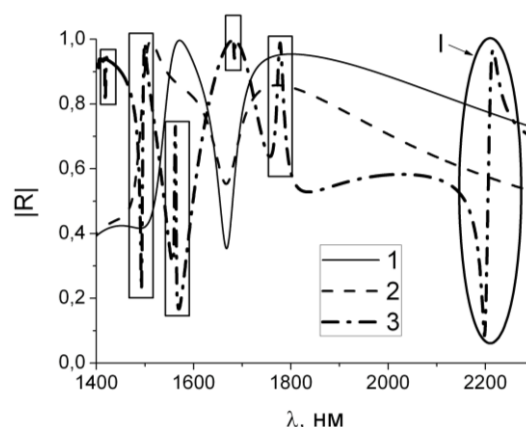


Рис. 3. Зависимости коэффициента отражения от длины волны для структуры с двумя диэлектрическими брусками (длины брусков 780 нм и 877 нм) в периодической ячейке (кривая 3) и структур с одним диэлектрическим бруском длиной 780 нм (кривая 2) и 877 нм (кривая 1) в случае размеров ячейки  $d_x = d_y = 975$  нм, бруска  $l = 195$  нм и показателя преломления диэлектрика бруска  $n = \sqrt{\varepsilon} = 5.5$ .

На рис. 3 приведены зависимости коэффициентов отражения от длины волны для периодических структур с двумя диэлектрическими брусками и одним бруском на периоде. Для того чтобы выяснить природу резонансов показатель преломления диэлектрика брусков выбран равным 5.5, т.е. несколько выше, чем показатель преломления германия. В этом случае в исследуемую область длин волн одноволнового режима укладывается по два резонанса как структуры с короткими, так и с длинными брусками. Поэтому идентифицировать резонансы «двухэлементной» структуры оказывается проще. Резонансные свойства структуры из германия будут приведены ниже.

В случае структуры с двумя диэлектрическими брусками в ячейке формируется множество дополнительных резонансов по сравнению с «одноэлементными» структурами. Для выяснения природы этих резонансов были построены распределения электрического поля в периодической ячейке в плоскости  $z=l/2$ . Такое распределение для случая резонансной длины волны 2208 нм показано на рис. 4. Из распределения видно, что оба бруска выполняют роль диэлектрических полуволновых резонаторов, т.е. максимум поля находится в центре бруска и поле спадает к его краям (рис. 4,б). Максимумы напряженности электрического поля возле торцов бруска параллельных оси  $Oy$  связаны со скачком диэлектрической проницаемости. На этих границах выполняется условие непрерывности нормальных компонент индукции электрического поля:  $E_{x0} = \varepsilon E_x$ , где  $E_{x0}$  и  $E_x$  – напряженности электрического поля в свободном пространстве и в бруске, соответственно. Очевидно, что поле в диэлектрике не уменьшается до нуля к торцу бруска, представляющего собой открытый диэлектрический резонатор, а просто увеличивается в  $\varepsilon$  раз, в рассматриваемом случае в 30.25 раз, по сравнению с полем вне бруска. Распределение поля показывает, что в данном случае в структуре формируется резонанс на запертой моде, так как поля в диэлектрических брусках противофазны.

Интересен и важен для приложений тот факт, что данный резонанс, в отличие от соответствующего резонанса структуры с металлическими элементами, формируется в длинноволновой области, где размеры отдельных брусков далеки от резонансных. Взаимное влияние брусков в диэлектрической «двухэлементной» структуре приводит к большому красному смещению резонанса от наибольшей резонансной длины волны «одноэлементной» структуры. Такое смещение резонанса не наблюдается в случае структур из металлических элементов. Этот факт позволяет спроектировать структуру с использованием материалов, например, полупроводников, с довольно низким коэффициентом преломления, которая, тем не менее, будет поддерживать резонансы на запертой моде.

Подобные распределения поля были построены и проанализированы для остальных резонансов, которые отмечены на рис. 3. Все эти резонансы – обычные размерные резонансы.

Рассмотрим теперь реальную структуру с брусками, выполненными из германия. Коэффициент преломления германия выбран равным 4.12, что соответствует диапазону длин волн 1850-1950 нм. Именно

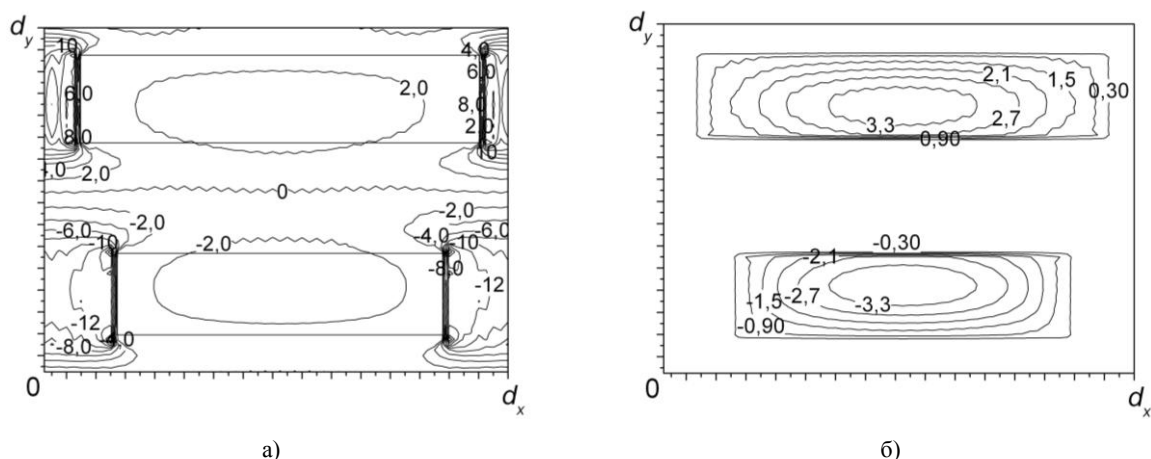


Рис. 4. Распределение  $E_x$ -компоненты напряженности электрического поля в плоскости  $z=l/2$  по ячейке периодической структуры, для которой зависимость коэффициента отражения от длины волны представлена на рис. 3 (кривая 3). Распределение поля показано на резонансной длине волны 2208 нм. Поскольку величины поля внутри и вне брусков сильно отличаются, для наглядности на рис. (а) показано распределение поля по ячейке, а на рис. (б) - только внутри диэлектрических брусков.

в этом диапазоне формируется резонанс на запертой моде, рис. 5. Отметим, что численный эксперимент

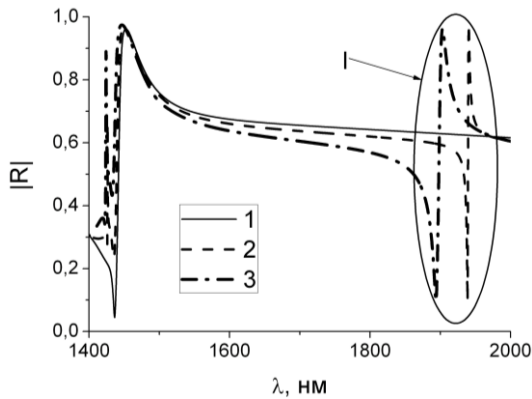


Рис. 5. Зависимости коэффициента отражения от длины волны для структур с двумя брусками из германия ( $\sqrt{\epsilon} = 4.12$ , потери не учитываются) в периодической ячейке:  $d_x = d_y = 975$  нм,  $l = 195$  нм,  $h_1 = 877$  нм; кривая 1 соответствует  $h_2 = 877$  нм, кривая 2 –  $h_2 = 838$  нм, кривая 3 –  $h_2 = 780$  нм.

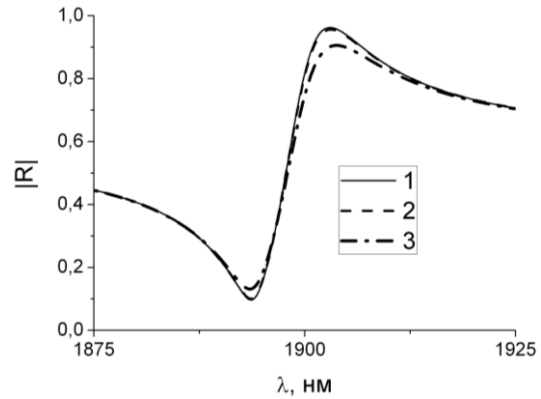


Рис. 6. Зависимости коэффициента отражения от длины волны с учетом потерь для структур с двумя брусками из германия в периодической ячейке:  $d_x = d_y = 975$  нм,  $l = 195$  нм,  $h_1 = 877$  нм,  $h_2 = 780$  нм; кривая 1 соответствует  $\text{tg } \delta = 0$ , кривая 2 –  $\text{tg } \delta = 10^{-4}$ , кривая 3 –  $\text{tg } \delta = 10^{-3}$ .

показал отсутствие резонанса на запертой моде в симметричной структуре с двумя одинаковыми брусками (см. рис. 5, кривая 1). С уменьшением степени асимметрии структуры наблюдается смещение резонанса в длинноволновую область и сужение резонансной кривой (увеличение добротности резонанса).

Рис. 6 иллюстрирует влияние потерь в германии на свойства резонанса на запертой моде. Видно, что потери на уровне реальных потерь в германии не вносят существенного изменения в резонансную зависимость. При уровне потерь ( $\text{tg } \delta = \epsilon''/\epsilon' = 10^{-3}$ ) наблюдается незначительное изменение величины коэффициента отражения в максимуме и минимуме и небольшое увеличение ширины резонансной кривой.

### ВЫВОДЫ

В работе впервые показана возможность формирования в планарной периодической «двухэлементной» диэлектрической структуре добротного колебания на запертой моде в оптическом и инфракрасном диапазоне.

Использование диэлектриков вместо металлов дает возможность решить проблему больших диссипативных потерь в металлических периодических структурах с резонансами на запертых модах для видимого и инфракрасного света.

Существование колебания на запертой моде продемонстрировано на примере планарной периодической структуры из диэлектрических брусков в ближнем инфракрасном диапазоне. Такое колебание возбуждается в структурах, содержащих в периодической ячейке два мало отличающихся по длине диэлектрических бруска. Зависимость коэффициента отражения структуры от длины волны в окрестности резонанса имеет типичную Фано-форму (резонанс-антирезонанс).

Важная особенность резонанса на запертой моде в диэлектрической структуре по сравнению с такого же типа резонансами в структурах из металлических элементов - это большой красный сдвиг относительно резонанса в «одноэлементной» структуре, обусловленный сильным взаимодействием полей в соседних брусках. Это свойство дает возможность проектировать резонансные периодические структуры, из материалов с относительно небольшим коэффициентом преломления, например, полупроводников в их окнах прозрачности.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Munk B. A. Frequency selective surfaces: theory and design. – New York: John Wiley and Sons, 2000. – 440 p.
2. Smith D. R., Pendry J. B., Wiltshire M. C. K. Metamaterials and Negative Refractive Index // Science. – 2004 – Vol. 305, No. 5685. – P. 788-792.
3. Fedotov V. A., Mladyonov P. L., Prosvirnin S. L., and Zheludev N. I. Planar electromagnetic metamaterial with a fish scale structure // Physical Review. E. – 2005 – 72(5) – P. 056613.
4. Schurig D., Mock J. J., Justice B. J., Cummer S. A., Pendry J.B., Starr A. F., and Smith. D R. Metamaterial Electromagnetic Cloak at Microwave Frequencies // Science. – 2006 – Vol. 314, No. 5801 – P. 977-980.

5. Fedotov V. A., Mladyonov P. L., Prosvirnin S. L., Rogacheva A. V., Chen Y. and Zheludev N. I. Asymmetric Propagation of Electromagnetic Waves through a Planar Chiral Structure // *Phys. Rev. Lett.* – 2006. – Vol. 97, No. 16. – P. 167401(4).
6. Fedotov V. A., Schwanecke A. S., Zheludev N. I., Khardikov V. V. and Prosvirnin S. L. Asymmetric transmission of light and enantiomerically sensitive plasmon resonance in planar chiral nanostructures // *Nano Letters.* – 2007. – Vol. 7, No. 7. – P. 1996-1999.
7. Schwanecke A. S., Fedotov V. A., Khardikov V. V., Prosvirnin S. L., Chen Y., and Zheludev N. I. Optical magnetic mirrors // *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics* –2007 – Vol. 9(1) – P. L1-L2.
8. Prosvirnin S.L., Zouhdi S. Multi-layered arrays of conducting strips: Switchable photonic band gap structures // *Int J Electron Commun (AEAU)* – 2001 – 55(4) – P. 260-265.
9. Prosvirnin S, Zouhdi S. Resonances of closed modes in thin arrays of complex particles. In: Zouhdi S, et al, editors. *Advances in Electromagnetics of Complex Media and Metamaterials*. Printed in the Netherlands: Kluwer Academic Publishers; 2003. p. 281-290.
10. Blackburn JF, Arnaut LR. High performance split ring FSS for WLAN bands // In: *Proc. 27th ESA Antenna Technology Workshop on Innovative Periodic Antennas: Electromagnetic Bandgap, Left-handed Material, Fractal and Frequency Selective Surfaces*. Santiago de Compostela, Spain: European Space Agency. – 2004. – P. 329-336.
11. Fedotov VA, Rose M, Prosvirnin SL, Papasimakis N, Zheludev NI. Sharp trapped-mode resonances in planar metamaterials with a broken structural symmetry // *Phys. Rev. Lett.* – 2007 – 99(14) – P. 147401.
12. В.В. Харди́ков, Е.О. Ярко, С.Л. Просви́рнин Исследование резонансов на запертой моде при дифракции света на двухпериодической планарной структуре с асимметричными металлическими элементами // *Радиофизика и радиоастрономия* – 2010 – Т.15, № 1 – С. 50-62.
13. V.V. Khardikov, E.O. Iarko and S.L. Prosvirnin, Trapping of light by metal arrays// *J. Opt.* – 2010 – 12 – P. 045102 (11).
14. E. Plum and V.A. Fedotov and P. Kuo and D.P. Tsai and N.I. Zheludev, Towards the lasing spaser: controlling metamaterial optical response with semiconductor quantum dots // *Opt. Express* – May 2009 – Vol. 17, No 10 – P. 8548–8551.
15. K. Tanaka, E. Plum, J.Y. Ou, T. Uchino and N. I. Zheludev, Multifold Enhancement of Quantum Dot Luminescence in Plasmonic Metamaterials// *PRL* – 2010 – 105. – P. 227403 (4).
16. N. I. Zheludev, S. L. Prosvirnin, N. Papasimakis and V. A. Fedotov, Lasing spaser // *Nature Photonics* – 2008 – Vol. 2, No. 6 – P. 351-354.
17. I. H. Malitson, Interspecimen Comparison of the Refractive Index of Fused Silica// *JOSA* – 1965 – Vol. 55, Issue 10 – P. 1205-1208.
18. D. E. Aspnes and A. A. Studna, Dielectric functions and optical parameters of Si, Ge, GaP, GaAs, GaSb, InP, InAs, and InSb from 1.5 to 6.0 eV// *Phys. Rev B* – 1983 – 27 – P. 985.
19. В.В. Харди́ков, Е.О. Ярко, С.Л. Просви́рнин Использование матриц передачи и псевдоспектрального метода во временной области для исследования дифракции света на планарных периодических структурах // *Радиофизика и радиоастрономия* –2008. – Т.13, №2 – С. 146-158.
20. Xian Gao, M.S. Mirotznik, S. Shi and D.W. Prather, Applying a mapped pseudospectral time-domain method in simulating diffractive optical elements// *J. Opt. Soc. Am. A* – 2004 – Vol. 21, № 5 – P. 777.