

УДК 537.874

СОБСТВЕННЫЕ ВОЛНЫ ОБРАЩЕННОГО ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ВОЛНОВОДА

М. Е. Калиберда, С. А. Погарский

Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина, Харьков, 61077, пл. Свободы, 4
Поступила в редакцию 6 апреля 2010 г.

Рассматривается задача о спектре собственных волн обращенного диэлектрического волновода. При решении задачи производится декомпозиция поперечного сечения исследуемого волновода на частичные области таким образом, что поле в каждой области представляется в виде суперпозиции собственных волн плоского диэлектрического волновода. Используя равенство касательных компонент электрического и магнитного полей на границах раздела областей, получены два интегральных уравнения Фредгольма второго рода относительно амплитуд волн. Рассмотрены симметричные и асимметричные волны. Представлены зависимости постоянной распространения от волнового числа и распределение поля в волноводе.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: плоский диэлектрический волновод, обращенный диэлектрический волновод, преобразование Фурье, интегральные уравнения Фредгольма, дисперсионное уравнение.

Розглянуто задачу про спектр власних хвиль оберненого діелектричного хвилеводу. При розв'язанні задачі виконується декомпозиція поперечного перетину хвилеводу, який досліджується, на частковій області таким чином, щоб поле у кожній області представлялось у вигляді суперпозиції власних хвиль плоского діелектричного хвилеводу. Використовуючи рівність дотичних компонент електричного та магнітного полів на межі розподілу областей, отримано два інтегральних рівняння Фредгольма другого роду відносно амплітуд хвиль. Розглянуто симетричні та асиметричні хвилі. Наведені залежності постійної розповсюдження від хвильового числа та розподіл поля у хвилеводі.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: плоский діелектричний хвилевід, обернений діелектричний хвилевід, перетворення Фур'є, інтегральні рівняння Фредгольма, дисперсійне рівняння.

The eigenwaves problem of inverted dielectric waveguide is considered. The cross-section of waveguide is divided into partial domains in such way that the field in each domain is represented as a superposition of eigenwaves of a plane dielectric waveguide. Using the equality conditions of tangential components of electric and magnetic fields at the interface of domains two Fredholm integral equations of the second kind relatively waves amplitudes are obtained. The symmetric and asymmetric waves are considered. The dependencies of the propagation constant versus wave number and field distribution in the waveguide are presented.

KEY WORDS: plane dielectric waveguide, inverted dielectric waveguide, Fourier transformation, Fredholm integral equation, dispersion equation.

ВВЕДЕНИЕ

Диэлектрические волноводные структуры находят широкое применение при создании антенных систем, систем связи, резонаторных структур и различных интегральных схем СВЧ и КВЧ диапазонов [1-3]. Известен ряд методов исследования таких структур. Это метод сеток [1], [3], метод частичных областей [4], вариационные методы [5].

Основой трехмерных структур могут являться диэлектрические волноводы, на одной из поверхностей которых располагаются функциональные элементы [6]. В работе [7] представлена возможность применения диэлектрических волноводов для создания антенн для мобильных телефонов. В работе [8], используя метод интегральных уравнений и метод моментов, рассматривается широкополосная антенна вытекающей волны, содержащая металлический полосок на диэлектрической подложке без заземленной плоскости. В работе [9] рассматривается микрополосковая линия передачи. Бесконечная в продольном направлении металлическая лента содержит щели и лежит на диэлектрической подложке. При исследовании использован метод поперечной резонансной дифракции (transverse resonance diffraction).

Одной из актуальных задач синтеза различных многоэлементных структур СВЧ и КВЧ диапазонов является задача о спектре собственных колебаний основных компонентов таких структур. Решение данной задачи позволяет определить важнейшую характеристику устройства – его широкополосность, которая зависит от распределения критических частот собственных волн на частотной оси.

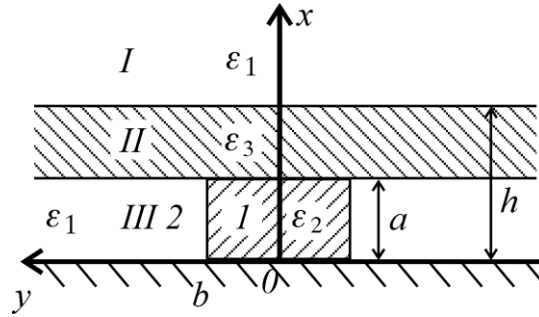


Рис. 1. Геометрия исследуемого волновода.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Будем исследовать спектр собственных волн обращенного диэлектрического волновода как базового элемента гибридной структуры, схематическое изображение которого представлено на рис.1. Будем предполагать, что потери в диэлектриках отсутствуют, а металл является идеально проводящим. Структура однородна вдоль оси Oz . При решении поставленной задачи поперечное сечение рассматриваемого обращенного диэлектрического волновода разобьем на частичные области таким образом, что поле в каждой области можно представить в виде суперпозиции собственных волн плоского диэлектрического волновода. Приравнивая касательные компоненты электрического и магнитного полей на границах частичных областей, получим систему интегральных уравнений Фредгольма второго рода относительно амплитуд этих волн.

Собственные волны обращенного диэлектрического волновода частоты ω , распространяющиеся по волноводу вдоль оси Oz , в зависимости от четности относительно плоскости $y = 0$ можно разделить на две независимые группы. Первую группу, соответствующую магнитной стенке при $y = 0$ ($\vec{H}_t = 0$), будем называть симметричными волнами. Вторую группу, соответствующую металлической стенке при $y = 0$ ($\vec{E}_t = 0$), будем называть асимметричными волнами.

Для представления поля в каждой частичной области введем два векторных потенциала, направленных вдоль оси Oy :

$$\vec{A} = (0, A, 0), \quad \vec{F} = (0, F, 0)$$

Тогда, используя однородные уравнения Максвелла, компоненты электромагнитного поля в волноводу могут быть выражены через неизвестные потенциалы [10].

Поле собственной волны, распространяющейся по волноводу с постоянной распространения γ , в каждой частичной области будем представлять в виде интеграла Фурье. Обозначим $k = \omega/c$ – волновое число, $\varepsilon_i = \varepsilon_0 \varepsilon_{r,i}$, $\mu_i = \mu_0$, где ε_0 , μ_0 – диэлектрическая и магнитная постоянная, i – номер частичной области. Вывод уравнений в случае симметричных и асимметричных волн не имеет существенных различий, поэтому подробно приведем вывод только в случае симметричных волн.

СИММЕТРИЧНЫЕ ВОЛНЫ

Поместим в плоскость $y = 0$ магнитную стенку. Рассмотрим вначале области I и II. Представим потенциалы в этих областях в виде:

$$A^I = \int_0^{\infty} [A_1(\xi) \exp\{i\alpha_I(x-h)\} + A_2(\xi) \exp\{-i\alpha_I(x-h)\}] \sin(\xi y) d\xi,$$

$$A^{II} = \int_0^{\infty} [A_3(\xi) \exp\{i\alpha_{II}(x-h)\} + A_4(\xi) \exp\{-i\alpha_{II}(x-h)\}] \sin(\xi y) d\xi,$$

$$F^I = \int_0^{\infty} [B_1(\xi) \exp\{i\beta_I(x-h)\} + B_2(\xi) \exp\{-i\beta_I(x-h)\}] \cos(\xi y) d\xi,$$

$$F^{II} = \int_0^{\infty} [B_3(\xi) \exp\{i\beta_{II}(x-h)\} + B_4(\xi) \exp\{-i\beta_{II}(x-h)\}] \cos(\xi y) d\xi,$$

где

$$\alpha_I = \sqrt{k^2 \varepsilon_{r,1} - \xi^2 - \gamma^2}, \quad \alpha_{II} = \sqrt{k^2 \varepsilon_{r,3} - \xi^2 - \gamma^2}, \quad \beta_I = \sqrt{k^2 \varepsilon_{r,1} - \xi^2 - \gamma^2}, \quad \beta_{II} = \sqrt{k^2 \varepsilon_{r,3} - \xi^2 - \gamma^2},$$

– постоянные распространения волн вдоль оси Ox . Условие убывания поля на бесконечности будет выполнено, если $A_2 \equiv 0$ и $B_2 \equiv 0$. Приравняв x - и z - компоненты электрического и магнитного полей при $x = h$, получим соотношения амплитуд:

$$A_1 = \frac{2\varepsilon_1 \alpha_{II} \exp[-i\alpha_{II}(h-a)]}{\varepsilon_3 \alpha_{II} - \varepsilon_1 \alpha_I} A_4, \quad A_3 = \frac{\varepsilon_3 \alpha_{II} + \varepsilon_1 \alpha_I}{\varepsilon_3 \alpha_{II} - \varepsilon_1 \alpha_I} \exp[-2i\alpha_{II}(h-a)] A_4 = A_3^1 A_4,$$

$$B_1 = \frac{2\beta_{II} \exp[-i\beta_{II}(h-a)]}{\varepsilon_3 \alpha_{II} - \varepsilon_1 \alpha_I} B_4, \quad B_3 = \frac{\beta_{II} + \beta_I}{\beta_{II} - \beta_I} \exp[-2i\beta_{II}(h-a)] B_4 = B_3^1 B_4.$$

Рассмотрим в области III подобласти 1 и 2. Представим потенциалы в этих подобластях в виде:

$$A^{III,1} = \int_0^\infty A_5(\zeta) \sin(\alpha_{III,1} y) \sin(\zeta x) d\zeta,$$

$$A^{III,2} = \int_0^\infty [A_6(\zeta) \exp\{i\alpha_{III,2}(y-b)\} + A_7(\zeta) \exp\{-i\alpha_{III,2}(y-b)\}] \sin(\zeta x) d\zeta,$$

$$B^{III,1} = \int_0^\infty B_5(\zeta) \cos(\beta_{III,1} y) \cos(\zeta x) d\zeta,$$

$$B^{III,2} = \int_0^\infty [B_6(\zeta) \exp\{i\beta_{III,2}(y-b)\} + B_7(\zeta) \exp\{-i\beta_{III,2}(y-b)\}] \cos(\zeta x) d\zeta,$$

где

$$\alpha_{III,1} = \sqrt{k^2 \varepsilon_{r,2} - \zeta^2 - \gamma^2}, \quad \alpha_{III,2} = \sqrt{k^2 \varepsilon_{r,1} - \zeta^2 - \gamma^2}, \quad (1)$$

$$\beta_{III,1} = \sqrt{k^2 \varepsilon_{r,2} - \zeta^2 - \gamma^2}, \quad \beta_{III,2} = \sqrt{k^2 \varepsilon_{r,1} - \zeta^2 - \gamma^2} \quad (2)$$

– постоянные распространения волн вдоль оси Oy . Заметим, что для медленных волн при ζ действительных, величины $\alpha_{III,2}$ и $\beta_{III,2}$ – чисто мнимые.

Приравняв y - и z - компоненты электрического и магнитного полей при $y = b$, потребовав выполнение условия на бесконечности ($A_7 \equiv 0$, $B_7 \equiv 0$), получим соотношения амплитуд:

$$A_6 = A_5 \sin(\alpha_{III,1} b), \quad B_6 = B_5 \cos(\beta_{III,1} b) \quad (3)$$

и дисперсионные уравнения

$$\varepsilon_1 \alpha_{III,1} = i\varepsilon_2 \alpha_{III,2} \operatorname{tg}(\alpha_{III,1} b), \quad (4)$$

$$\beta_{III,1} = -i\beta_{III,2} \operatorname{ctg}(\beta_{III,1} b) \quad (5)$$

которые в совокупности с равенствами (1), (2) позволяют определить множества волн, соответствующих собственным волнам симметричного плоского диэлектрического волновода толщиной $2b$.

Запишем касательные компоненты поля при $x = a$. В области II :

$$E_y = -\frac{i}{\omega \varepsilon_3} \int_0^\infty A_4(\xi) (\alpha_{II}^2 + \gamma^2) [A_3^1(\xi) + 1] \sin(\xi y) d\xi,$$

$$E_z = \int_0^\infty \left[\frac{\gamma \xi}{\omega \varepsilon_3} A_4(\xi) \{A_3^1(\xi) + 1\} + i\beta_{II} B_4(\xi) \{B_3^1(\xi) - 1\} \right] \cos(\xi y) d\xi,$$

$$H_y = -\frac{i}{\omega \mu} \int_0^\infty B_4(\xi) (\beta_{II}^2 + \gamma^2) [B_3^1(\xi) + 1] \cos(\xi y) d\xi,$$

$$H_z = \int_0^\infty \left[i\alpha_{II} A_4(\xi) \{A_3^1(\xi) - 1\} + \frac{\gamma \xi}{\omega \mu} B_4(\xi) \{B_3^1(\xi) + 1\} \right] \sin(\xi y) d\xi.$$

В области III , используя (3):

$$E_y = \int_0^\infty A_5(\zeta) f_{E_y}(\zeta, y) d\zeta, \quad E_z = \int_0^\infty [A_5(\zeta) f_{E_z}(\zeta, y) + B_5(\zeta) g_{E_z}(\zeta, y)] d\zeta,$$

$$H_y = \int_0^\infty B_5(\zeta) g_{H_y}(\zeta, y) d\zeta, \quad H_z = \int_0^\infty [A_5(\zeta) f_{H_z}(\zeta, y) + B_5(\zeta) g_{H_z}(\zeta, y)] d\zeta,$$

где

$$f_{E_y}(\zeta, y) = \begin{cases} -\frac{i}{\omega \varepsilon_2} (\zeta^2 + \gamma^2) \sin(\zeta a) \sin(\alpha_{III,1} y), & 0 < y < b, \\ -\frac{i}{\omega \varepsilon_1} (\zeta^2 + \gamma^2) \sin(\zeta a) \sin(\alpha_{III,1} b) \exp[i\alpha_{III,2}(y-b)], & b < y, \end{cases}$$

$$f_{E_z}(\zeta, y) = \begin{cases} \frac{\gamma \alpha_{III,1}}{\omega \varepsilon_2} \sin(\zeta a) \cos(\alpha_{III,1} y), & 0 < y < b, \\ \frac{i \gamma \alpha_{III,2}}{\omega \varepsilon_1} \sin(\zeta a) \sin(\alpha_{III,1} b) \exp[i\alpha_{III,2}(y-b)], & b < y, \end{cases}$$

$$f_{H_z}(\zeta, y) = \begin{cases} \zeta \cos(\zeta a) \sin(\alpha_{III,1} y), & 0 < y < b, \\ \zeta \cos(\zeta a) \sin(\alpha_{III,1} b) \exp[i\alpha_{III,2}(y-b)], & b < y, \end{cases}$$

$$g_{E_z}(\zeta, y) = \begin{cases} \zeta \sin(\zeta a) \cos(\beta_{III,1} y), & 0 < y < b, \\ \zeta \sin(\zeta a) \cos(\beta_{III,1} b) \exp[i\beta_{III,2}(y-b)], & b < y, \end{cases}$$

$$g_{H_y}(\zeta, y) = \begin{cases} -\frac{i}{\omega \mu} (\zeta^2 + \gamma^2) \cos(\zeta a) \cos(\beta_{III,1} y), & 0 < y < b, \\ -\frac{i}{\omega \mu} (\zeta^2 + \gamma^2) \cos(\zeta a) \cos(\beta_{III,1} b) \exp[i\beta_{III,2}(y-b)], & b < y, \end{cases}$$

$$g_{H_z}(\zeta, y) = \begin{cases} -\frac{\gamma \beta_{III,1}}{\omega \mu} \cos(\zeta a) \sin(\beta_{III,1} y), & 0 < y < b, \\ \frac{i \gamma \beta_{III,2}}{\omega \mu} \cos(\zeta a) \cos(\beta_{III,1} b) \exp[i\beta_{III,2}(y-b)], & b < y. \end{cases}$$

Мы получили формулы для полей в областях I, II, III, выраженные с помощью неизвестных амплитуд A_4, B_4, A_5, B_5 , и дисперсионные уравнения (4), (5) для определения неизвестных поперечных постоянных распространения. Перейдем теперь к выводу интегральных уравнений Фредгольма второго рода. Приравняем E_y - и H_y -компоненты поля при $x = a$ и применим обратное преобразование Фурье:

$$A_4 = \frac{i\omega \varepsilon_3}{(1 + A_3^1)(k^2 \varepsilon_{r,3} - \xi^2)} \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty A_5(\zeta) f_{E_y}(\zeta, y) \cos(\xi y) dy d\zeta, \quad (6)$$

$$B_4 = \frac{i\omega \mu}{(1 + B_3^1)(k^2 \varepsilon_{r,3} - \xi^2)} \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty B_5(\zeta) g_{H_y}(\zeta, y) \sin(\xi y) dy d\zeta. \quad (7)$$

Приравняем E_z -компоненту поля при $x = a$, умножим на $F_{H_z}(\xi, \zeta_{1,p})$, где $\zeta_{1,p}$ соответствуют решению уравнений (1), (4), $\zeta_{1,p} < \zeta_{1,p+1}$, проинтегрируем по ξ от 0 до ∞ и, используя выражения (6), (7) и свойства преобразования Фурье, получим интегральное уравнение Фредгольма

$$\frac{i\gamma\pi}{2} I_1(\zeta_{1,p}) A_5(\zeta_{1,p}) + \int_0^\infty K_1(\zeta, \zeta_{1,p}) A_5(\zeta) d\zeta + \int_0^\infty K_2(\zeta, \zeta_{1,p}) B_5(\zeta) d\zeta = 0, \quad (8)$$

Приравняем H_z -компоненту поля при $x = a$, умножим на $G_{E_z}(\xi, \zeta_{2,p})$, где $\zeta_{2,p}$ соответствуют решению уравнений (2), (5), $\zeta_{2,p} < \zeta_{2,p+1}$, проинтегрируем по ξ от 0 до ∞ и, используя выражения (6), (7) и свойства преобразования Фурье, получим интегральное уравнение Фредгольма

$$\frac{i\gamma\pi}{2} I_2(\zeta_{2,p}) B_3(\zeta_{2,p}) + \int_0^\infty K_3(\zeta, \zeta_{2,p}) B_5(\zeta) d\zeta + \int_0^\infty K_4(\zeta, \zeta_{2,p}) A_5(\zeta) d\zeta = 0, \quad p=1,2,\dots \quad (9)$$

где

$$I_1(\zeta) = \int_0^\infty f_{E_y}(\zeta, y) f_{H_z}(\zeta, y) dy, \quad I_2(\zeta) = \int_0^\infty g_{H_y}(\zeta, y) g_{E_z}(\zeta, y) dy,$$

$$K_1(\zeta, \eta) = - \int_0^\infty \frac{k^2 \varepsilon_{r,3} - \xi^2}{\xi} F_{E_z}(\xi, \zeta) F_{H_z}(\xi, \eta) d\xi,$$

$$K_2(\zeta, \eta) = \int_0^\infty \left[\frac{\omega \mu \beta_{II} (B_3^1 - 1)}{\xi (B_3^1 + 1)} G_{H_y}(\xi, \zeta) - \frac{k^2 \varepsilon_{r,3} - \xi^2}{\xi} G_{E_z}(\xi, \zeta) \right] F_{H_z}(\xi, \eta) d\xi,$$

$$K_3(\zeta, \eta) = \int_0^\infty \frac{k^2 \varepsilon_{r,3} - \xi^2}{\xi} G_{H_z}(\xi, \zeta) G_{E_z}(\xi, \eta) d\xi,$$

$$K_4(\zeta, \eta) = \int_0^\infty \left[\frac{\omega \varepsilon_3 \alpha_{II} (A_3^1 - 1)}{\xi (A_3^1 + 1)} F_{E_y}(\xi, \zeta) + \frac{k^2 \varepsilon_{r,3} - \xi^2}{\xi} F_{E_z}(\xi, \zeta) \right] G_{E_z}(\xi, \eta) d\xi.$$

Подынтегральные функции в выражениях для $K_2(\zeta, \eta)$ и $K_4(\zeta, \eta)$ могут иметь особенности в точках $\xi_{A,n}$ и $\xi_{B,n}$, $n=1, 2, \dots$, где $B_3^1(\xi_{B,n})=0$, $A_3^1(\xi_{A,n})=0$. Эти особенности являются полюсами первого рода. Для исключения особенностей можно применить процедуру, описанную в [11].

Таким образом мы получили два интегральных уравнения Фредгольма второго рода (9), (10), которые нужно решать совместно.

ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

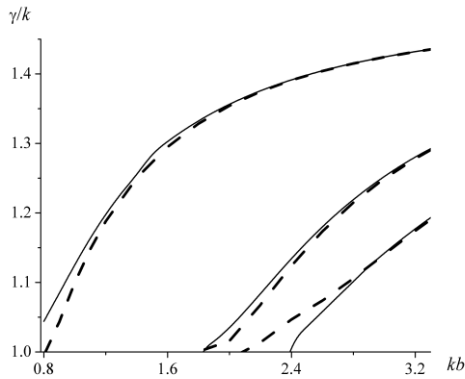


Рис.2. Зависимость постоянной распространения γ от параметра kb при $a/b=2$, $\varepsilon_{r,1}=1$, $\varepsilon_{r,2}=2.25$, $\varepsilon_{r,3}=1$. Сплошные кривые рассчитаны по (9), (10), пунктирные – по (10a), (11a) из [11].

Используя решения уравнений (9), (10), построены дисперсионные кривые и осуществлено моделирование распределения поля в обращенном диэлектрическом волноводе.

На рис.2 представлены зависимости постоянной распространения γ собственных волн прямоугольного диэлектрического волновода ($\varepsilon_{r,3}=1$) от волнового числа в случае симметричных волн. Результаты, полученные по формулам (9), (10) сравниваются с результатами, рассчитанными по асимптотическим выражениям (10a), (11a) из [12]. Совпадение оказалось достаточно хорошим.

На рис.3 представлены зависимости постоянной распространения γ собственных волн обращенного диэлектрического волновода размера $a/b=2$; $h/b=3$ от волнового числа в случае симметричных волн для нескольких первых волн. В общем случае собственные волны волновода являются гибридными волнами, представимыми в виде суперпозиции LM - и LE - волн.

Однако, в некоторых случаях, собственные волны можно представить либо как квази LM - волны, либо как квази LE - волны. Пунктирные кривые на рис.3 построены в одноволновом приближении, верном для LM - волн а кривые из точек – в одноволновом приближении, верном для LE - волн. Как видно из рисунка, кривые 3, 5 соответствуют постоянными распространения квази LM - волн, кривые 1, 2, 7, 8, 9 – квази LE - волн, а кривые 4, 6 – гибридной волне.

На рис.4 представлены зависимости постоянной распространения γ собственных волн обращенного диэлектрического волновода от волнового числа в случае симметричных волн. Графики построены для различных значений параметра a/b . В отличие от случая, представленного на рис.3, волновод работает в одномодовом режиме во всем исследуемом частотном интервале.

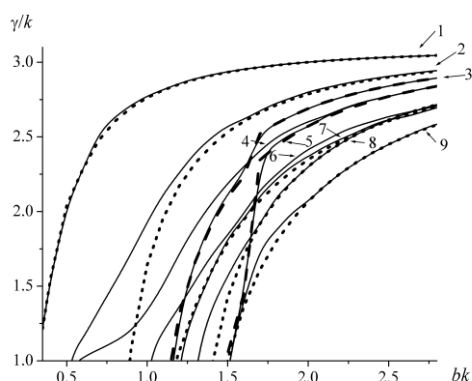


Рис.3. Зависимость постоянной распространения γ от параметра kb при $\varepsilon_{r,1} = 1$, $\varepsilon_{r,2} = 9.6$, $\varepsilon_{r,3} = 2.25$

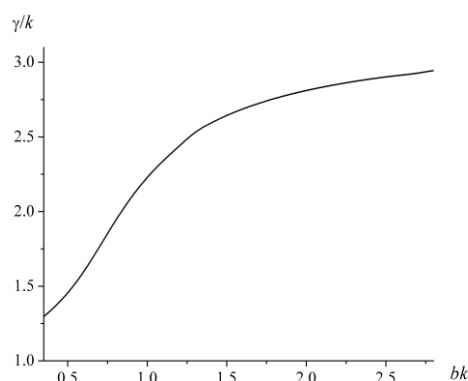


Рис.4. Зависимость постоянной распространения γ от параметра kb при $\varepsilon_{r,1} = 1$, $\varepsilon_{r,2} = 2.55$, $\varepsilon_{r,3} = 9.6$.

На рис.5 представлен модуль нормированной компоненты E_x поля (распределение поля) симметричной собственной волны, соответствующей рис.4, в плоскости $x = a/4$ для двух значений параметра k . При $kb=1.2$, в прямоугольном диэлектрическом волноводе не возбуждается LM - волна, $A_5(\zeta_{1,1}) \equiv 0$. Таким образом, собственная волна является квази LE - волной.

На рис.6 представлена зависимость постоянной распространения γ собственных волн от волнового числа в случае асимметричных волн. Геометрические размеры волновода соответствуют случаю, представленному на рис.4. Как и в случае симметричных волн, при таком соотношении параметров волновод работает в одномодовом режиме.

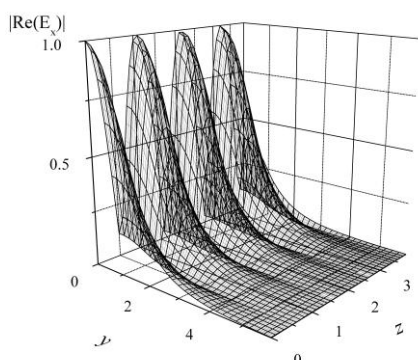


Рис.5. Модуль нормированной компоненты E_x поля собственной волны при $\varepsilon_{r,1} = 1$, $\varepsilon_{r,2} = 2.55$, $\varepsilon_{r,3} = 9.6$. Случай симметричных волн.

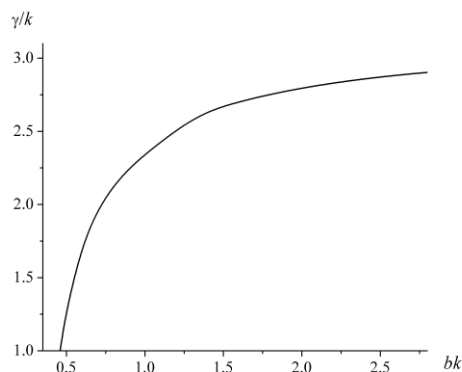


Рис.6. Зависимость постоянной распространения γ от параметра kb при $\varepsilon_{r,1} = 1$, $\varepsilon_{r,2} = 2.55$, $\varepsilon_{r,3} = 9.6$. Случай асимметричных волн.

ВЫВОДЫ

В данной работе получены интегральные уравнения Фредгольма второго рода, позволяющие определить постоянные распространения собственных волн обращенного диэлектрического волновода, представлены выражения для полей в волноводе. Совпадение численных результатов, полученных описанным методом, с результатами, полученными в литературе, позволяет судить об их достоверности. Проведен анализ, благодаря которому собственные волны удалось разделить на квази LM -, квази LE - и гибридные волны. Представленные результаты позволяют определить закономерности изменения постоянной распространения собственных волн при вариации параметров структуры, а также определить соотношения параметров структуры, при которых волновод работает в одномодовом режиме на заданном интервале изменения частот.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ponchak G. E., Dib N. I., Katehi L. P. B. Design and Analysis of Transitions from Rectangular Waveguide to Layered Ridge Dielectric Waveguide // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques.-1996.-Vol. 44, No. 7.-P. 1032-1040.
2. Itoh T., Hsu F.-J. Application of Inverted Strip Dielectric Waveguides for Measurement of the Dielectric Constant of Low-Loss Materials at Millimeter-Wave Frequencies// IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques.-1979.-Vol. 27, No. 10.-P. 841-844.
3. Bierwirth K., Schulz N., Arndt F. Finite-Difference Analysis of Rectangular Dielectric Waveguide Structures // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques.-1986.-Vol. 34, No. 11.-P. 1104-1114.
4. Веселов Г. И., Воронина Г. Г. К расчету открытого диэлектрического волновода прямоугольного сечения // Известия вузов. Радиофизика.-1971.-Т. 14, № 2.-С. 1891-1901.
5. Mittra R., Hou Y., Jamnejad V. Analysis of Open Dielectric Waveguides Using Mode-Matching Technique and Variational Methods // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques.-1980.-Vol. 28, No. 1.-P. 36-43.
6. Гвоздев В. И. Нефедоров Е. И. Объемные интегральные схемы СВЧ-элементарная база аналоговой и цифровой радиоэлектронной аппаратуры. М.: Наука, 1987.-112 с.
7. Guo Y.-X., Chia M. Y. W., Chen Z. N. Miniature. Built-In Multiband Antennas for Mobile Handsets // IEEE Transactions on Antennas and Propagation.-2004.-Vol. 52, No. 8.-P. 1936-1944.
8. Hong W., Lin Y.-D. Single-Conductor Strip Leaky-Wave Antenna // IEEE Transactions on Antennas and Propagation.-2004.-Vol. 52, No. 7.-P. 1783-1789.
9. Rozzi T., Morini A., Gerini G. Analysis and Applications of "Microstrip-Loaded Inset Dielectric Waveguide" (Mig) // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques.-1992.-Vol. 40, No. 2.-P. 272-278.
10. Егоров Ю. В. Частично заполненные прямоугольные волноводы. М: Советское радио, 1967.-216 с.
11. Литвиненко Л. Н., Просвириин С. Л. Спектральные операторы рассеяния в задачах дифракции волн на плоских экранах. Киев: Наукова думка, 1984.-239 с.
12. Горобец А. П., Дерюгин Л. Н., Сотин В. Е. К анализу прямоугольного диэлектрического волновода // Радиотехника и электроника.-1975.-Т. 20, № 1.-С. 86-94.