УДК 621.372

О ЛОЖНЫХ РЕЗОНАНСАХ В ЗАДАЧАХ ДИФРАКЦИИ ВОЛН НА НЕОДНОРОДНОСТЯХ В ВОЛНОВОДАХ

В. Н. Мизерник [1], **А. А. Шматько** [2]

[1] *Научный физико-технологический центр 61077, Харьков, пл. Свободы, 2,*

[2] *Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина, радиофизический факультет, кафедра физики СВЧ 61077, г. Харьков, пл. Свободы, 4, E-mail:alexandr.a.shmatko@univer.kharkov.ua*

Поступила в редакцию 15 ноября 2009 г.

В работе показано, что проблема существования ложных резонансов в задачах дифракции волноводных волн на различных неоднородностях в волноводах связана с некорректным представлением матричных элементов системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), которые приводят к особенностям при их численном решении. На примере задачи дифракции волноводной волны на Т-разветвлении прямоугольных волноводов показано, что ложные резонансы соответствуют резонансам области связи волноводов. Эта вычислительная ошибка может быть относительно просто исправлена за счет корректного представления матричных элементов СЛАУ, которое не имеет особенностей. Результаты расчетов показали эффективность такого подхода для решения задач о собственные колебания и задач дифракции на Т-разветвлении пустотелых волноводов, так и тройников с диэлектрическими и ферритовыми резонаторами в области связи волноводов.
КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: ложные резонансы, разветвление волноводов, волноводная неоднородность, область связи, система линейных алгебраических уравнений.

У роботі показано, що проблема існування помилкових резонансів у задачах дифракції хвилеводних хвиль на різних неоднорідностях у хвилеводах пов'язана з некоректним поданням матричних елементів системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛФР), що приводить до особливостей при їх розв’язанні. На прикладі задачі дифракції хвилеводної хвилі на Т-розгалуженні прямокутних хвилеводів показано, що помилкові відповідають резонансом області зв’язку хвилеводів. Ця обчислювальна похибка може бути відносно просто виправлена за рахунок коректного представлення матричних елементів СЛФР, які не мають особливостей. Результати розрахунків показали ефективність такого підходу для розв’язку на власні коливання і задач дифракції на Т-розгалуженні пустотілих хвилеводів, так і трійників з діелектричними та феритовими резонаторами в області зв’язку хвилеводів.
КЛЮЧОВІ СЛОВА: помилкові резонанси, розгалуження хвилеводів, хвилеводна неоднорідність, область зв'язку, система лінійних алгебраїчних рівнянь.

In work it is shown, that the problem of existence of spurious resonances in problems of diffraction waveguide waves on various discontinue in waveguides is connected with incorrect representation of matrix elements of system of the linear algebraic equations (SLAE) which lead to features at their numerical decision. On an example of a problem of diffraction waveguide waves on the T-branching of rectangular wave guides it is shown, that spurious resonances correspond to resonances of area of connection of waveguides. This computing mistake can be rather simply corrected due to correct representation of matrix elements SLAE which has no features. Results of calculations have shown efficiency of such approach for the decision of problems on own oscillations and problems of diffraction on the T-branching of hollow wave guides, and tees with dielectric and ferrite resonators in the field of connection of waveguides.
KEYWORDS: spurious resonance, a branching of the waveguides, matching uniformity, connection area, system of the linear algebraic equations.

ВВЕДЕНИЕ

Решение задач дифракции волноводных волн на различных неоднородностях в прямоугольных волноводах СВЧ трактов, как правило, сводится к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно искомых амплитуд волноводных волн с известными матричными коэффициентами, зависящими от параметров задачи, геометрических размеров волноводов и рассматриваемой неоднородности. В большинстве рассмотренных таких задач [1-3], использующих метод частичных областей с выделением области связи, при решении СЛАУ возникают определенные вычислительные трудности, сводящиеся к тому, что в коэффициентах отражения и прохождения в узком интервале изменения частотного параметра наблюдается высокодобротный резонанс, которого в реальных структурах не существует. Дополнительные расчеты показывают, что эти резонансы по частоте наблюдаются, как правило, вблизи резонансных частот резонатора области связи. Более того, их появление на АЧХ непредсказуемо: они то появляются, то исчезают при плавном изменении геометрических размеров структуры или материальных параметров сред. Связь между собственными и вынужденными колебаниями для таких резонансов не прослеживается. В силу того, что на практике таких резонансов на АЧХ исследуемых структур не наблюдается, их называют ложными резонансами, т.е. несуществующими. Как следствие возник вопрос о правильности представления поля в области связи и о пригодности указанного метода для отображения физических явлений в полной мере. Многочисленные исследования по их выявлению и устранению привели к тому, что в вычислительных экспериментах применяются различные, зачастую неоправданные, дополнительные исследования, способствующие их устранению [2, 3].

В данной работе показано на примере задачи дифракции волноводной волны на Т-разветвлении прямоугольных волноводов (аналогично можно это сделать и для других задач дифракции на различных неоднородностях), что такой проблемы, вообще, не существует, а наблюдаемые ложные резонансы связаны в первую очередь с некорректным представлением матричных элементов СЛАУ, которое может быть всегда устранено. Следует также отметить, что такие вычислительные проблемы возникают при решении задач дифракции волноводных волн методом частичных областей с последующим применением метода Фурье или его модификации метода переразложения системы функций, полных на одном геометрическом интервале неоднородности, по системе функций, полной на другом геометрическом интервале неоднородности, на различных ее участках как для относительно простых, так и сложных координатных неоднородностях при наличии в области связи волноводов изотропных магнитодиэлектрических или анизотропных гиротропных и гироэлектричных включениях. Стремление получить граничные переходы от полученных СЛАУ для более сложных структур [4] к простым, полученных ранее [5, 6], привело к простому автоматическому повторению некорректной записи матричных элементов и, как следствие, к появлению ложных резонансов на АЧХ.

Перейдем к рассмотрению такого вычислительного явления на модельной задачи дифракции волноводной волны на неоднородности.

ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Рассматривается двухмерная задача ($\partial/\partial z = 0$) дифракции H_{p0} волноводной волной единичной амплитуды, набегающей из плеча I (основной подводящий волновод) Т-разветвления на область связи двух прямоугольных волноводов разных поперечных сечений (рис. 1). Необходимо определить амплитуды прошедших и отраженных волн, рассеянных данной структурой.

Решение задачи строится с помощью метода частичных областей с выделением области связи и последующим применением метода Фурье для получения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) второго рода [1, 7, 8]. В соответствии с выбранным методом решения единственную отличную от нуля E_z-составляющую электрического поля, являющейся решением уравнения Гельмгольца, в областях $I-IV$ представим в виде Фурье-разложения по собственным функциям поперечного оператора Лапласа для соответствующих волноводов.

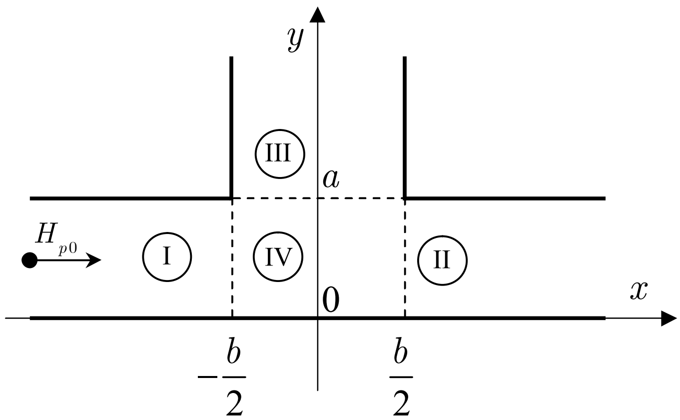

Рис.1. Модель волноводного Т-разветвления

$$E_z^I = \delta_m^p \psi_{pc}\left(y\right) e^{i\gamma_{pc}\left(x+\frac{b}{2}\right)} + \sum_m R_m \psi_{ma}\left(y\right) e^{-i\gamma_{ma}\left(x+\frac{b}{2}\right)}; \quad (1)$$

$$E_z^{II} = \sum_m T_m^{II} \psi_{ma}\left(y\right) e^{i\gamma_{ma}\left(x-\frac{b}{2}\right)}; \quad (2)$$

$$E_z^{III} = \sum_t T_t^{III} \psi_{tc}\left(x+\frac{b}{2}\right) e^{i\gamma_{tb}\left(y-a\right)}; \quad (3)$$

$$E_z^{IV} = \sum_n \psi_{na}\left(x+\frac{b}{2}\right) C_n \left[e^{i\gamma_{na}y} - e^{-i\gamma_{na}y}\right] + \sum_m \psi_{ma}\left(y\right)\left[A_m e^{i\gamma_{ma}x} + B_m e^{-i\gamma_{ma}x}\right], \quad (4)$$

где R_t , T_m^{II} , T_m^{III} , - коэффициенты отражения и прохождения в соответствующую область; A_n , B_n , C_m , - амплитудные коэффициенты в области IV ;

$$\psi_{ma}\left(y\right) = sin\left[\frac{m\pi}{a} y\right]; \ \psi_{nb}\left(y\right) = sin\left[\frac{n\pi}{b}\left(x+\frac{b}{2}\right)\right] \quad (5)$$

- собственные функции поперечного оператора Лапласа в соответствующих волноводах; $\gamma_{ma} = \sqrt{k^2 - \left(m\pi/a\right)^2}$; $\gamma_{nb} = \sqrt{k^2 - \left(n\pi/b\right)^2}$; - постоянные распространения в волноводах; $k = 2\pi/\lambda$ - волновое число; λ - длина волны в свободном пространстве; δ_t^p - символ Кронекера. Суммирование ведется по всем целым положительным индексам.

Неизвестные коэффициенты в представлении полей (1)–(4) для соответствующих областей Т-разветвления находятся из граничных условий для тангенциальных компонент электрического и магнитного полей с последующим использованием ортогональности функций Фурье-разложений на соответствующих пространственных интервалах. Следуя традиционному подходу нахождения (СЛАУ) из системы функциональных уравнений [1], [4 -6] выпишем СЛАУ второго рода относительно нормированных коэффициентов прохождения $\overline{T_n^{III}} = T_n^{III} / \sin\gamma_{nb} a$, а именно:

$$\overline{T_n^{III}} W_{nb} + \frac{\pi^2}{2} \sum_t t \overline{T_t^{III}} \sum_m \left(-1\right)^m \frac{m e^{i\gamma_{ma}\frac{b}{2}} \sin\gamma_{tb} a}{\gamma_{ma} b} \left[L_{nm}^+ - \left(-1\right)^t L_{nm}^-\right] K_{mt} = i\pi \delta_m^p L_{np}^+ e^{i\gamma_{pa}\frac{b}{2}}, \quad (6)$$

Здесь:

$$W_{nb} = \gamma_{nb}\left(i\sin\gamma_{nb} a - \cos\gamma_{nb} a\right).$$

Коэффициенты $L_{tm}^{\pm}$ и K_{mt} , входящие в СЛАУ (6), определяются через интегралы, а именно:

$$L_{tm}^{\pm} = i\frac{2}{b}\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \sin\frac{\pi t}{b}\left(x+\frac{b}{2}\right) e^{\pm i\gamma_{ma}x} dx,$$

$$(7)$$

$$K_{mt} = -\frac{2}{a\sin\gamma_{tb} a}\int_0^a \sin\frac{\pi m}{a} y \sin\gamma_{tb} y dy.$$

Представленные интегралы вычисляются аналитически и, как следует из их вида, особенностей не имеют, а значит и не должно быть особенностей при решении СЛАУ. В большинстве из опубликованных работ выражения для коэффициентов K_{mt} и $L_{tm}^{+} - \left(-1\right)^{t} L_{tm}^{-}$ имеют вид:

$$K_{mn} = \frac{-2\pi m\left(-1\right)^{m}}{a^{2}\left[k^{2} - \left(\frac{\pi m}{a}\right)^{2} - \left(\frac{\pi n}{b}\right)^{2}\right]}, \tag{8}$$

$$L_{nm}^{+} - \left(-1\right)^{t} L_{nm}^{-} =$$
$$= \frac{-2\pi n\left[i\left(1-\left(-1\right)^{n}\right)\left(1-\left(-1\right)^{t}\right)\cos\frac{\pi}{2}\gamma_{ma}b + \left(1+\left(-1\right)^{n}\right)\left(1+\left(-1\right)^{t}\right)\sin\frac{\pi}{2}\gamma_{ma}b\right]}{b^{2}\left[k^{2} - \left(\frac{\pi n}{b}\right)^{2} - \left(\frac{\pi m}{a}\right)^{2}\right]}. \tag{9}$$

Отметим одну важную особенность представленных выражений. В знаменателях выписанных коэффициентов присутствует величина $k^{2} - \left(\frac{\pi m}{a}\right)^{2} - \left(\frac{\pi n}{b}\right)^{2}$, которая может обращаться в ноль при определенных соотношениях между длиной волны и геометрическими размерами волноводов. Это наблюдается в случае, когда $k = \sqrt{\left(\frac{\pi m}{a}\right)^{2} + \left(\frac{\pi n}{b}\right)^{2}}$, что соответствует значению ложного резонанса, связанного с резонатором, занимающим объем области связи. Из этого условия следует, что количество этих резонансов определено размерами области связи a и b. Если алгоритм решения СЛАУ при этих значениях параметров, соответствующих условию резонанса (ложные резонансы), составлен без учета этих особенностей, то определитель системы будет плохо обусловленным и численное решение приводит к ошибочным результатам. Нами была предпринята попытка исправить эту ситуацию на стадии получения СЛАУ и найти такие выражения для указанных коэффициентов, которые были бы лишены этих недостатков. В результате соответствующих преобразований вычисления коэффициентов K_{mt} и $L_{tm}^{+} - \left(-1\right)^{t} L_{tm}^{-}$, входящих СЛАУ (6), получим для них следующие выражения:

$$K_{mt}\sin\gamma_{tb}a = \frac{2\pi m}{\left(\pi m + \gamma_{tb}a\right)}\frac{\sin\left(\pi m - \gamma_{tb}a\right)}{\left(\pi m - \gamma_{tb}a\right)}, \tag{10}$$

$$L_{nm}^{+} - \left(-1\right)^{t} L_{nm}^{-} == 2e^{-i\frac{\pi n}{2}}\frac{\sin\frac{1}{2}\left(\pi n - \gamma_{ma}b\right)}{\frac{1}{2}\left(\pi n - \gamma_{ma}b\right)}\frac{\left[i\pi n\sin\pi\left(n+t\right) + \gamma_{ma}b\left(1+\cos\pi\left(n+t\right)\right)\right]}{\left(\pi n + \gamma_{ma}b\right)}. \tag{11}$$

Отметим, что выражения (10), (11) не имеют особенностей ни при каких значениях параметров и поэтому не могут приводить к плохой обусловленности определителя СЛАУ, включая значения параметров, соответствующих ложным резонансам.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Для подтверждения этого СЛАУ (6) решалась для двух случаев представления коэффициентов (8), (9) и (10), (11), соответственно, при относительном размере волноводов $b/a = 0.7$. Результаты расчетов представлены на рис. 2, на котором изображены зависимости модули коэффициентов прохождения и отражения от частотного параметра æ. Пунктирной кривой изображен модуль коэффициента прохождения, а сплошной модуль коэффициента отражения. Кривые на рис. 2а рассчитаны для СЛАУ с коэффициентами (8), (9), а на рис. 2.б – с коэффициентами (10), (11).

Как видно на рис. 2а ложный резонанс наблюдается при значении безразмерного параметра

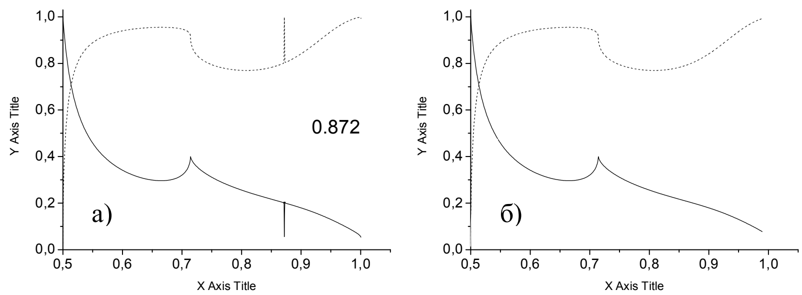

Рис.2. Амплитудночастотные характеристики тройника для двух разных представлений коэффициентов

ææ $= a/\lambda = 0.872$, что соответствует значению ложного резонанса в области связи волноводного разветвления. Расчет СЛАУ с коэффициентами (10), (11) на рис. 2б показывает, что такой резонанс в амплитудночастотных характеристиках отсутствует.

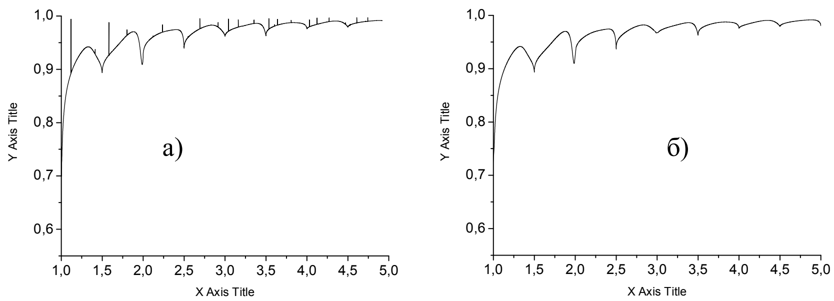

Рис.3. Зависимости модуля коэффициента прохождения для значений параметров, соответствующих работе [1]

На рис. 3 представлены результаты расчета модуля коэффициента прохождения для параметров структуры, взятой из работы [1, стр.181]. Видно, что расчеты СЛАУ с коэффициентами (10), (11) полностью совпадают с результатами работы [1] Однако, если использовать коэффициенты (8), (9) и не предпринимать никаких по устранению известных неопределенностей в них, то расчеты приводят к тому, что на характеристиках появляются ложные резонансы области связи (рис. 3а).

Отметим, что аналогичные расчеты были проведены для Т-разветвлений волноводов с диэлектрическим или ферритовым резонаторами при наличии согласующих резонаторов и без них с коэффициентами аналогичными (10), (11) [7 -9]. Во всех случаях при решении СЛАУ ложных резонансов не наблюдалось, что указывает на корректность выбранного пути представления матричных коэффициентов, которые не требуют специальных необоснованных методов борьбы с ними.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Установлено, что некорректная запись матричных элементов в СЛАУ, полученных в задачах дифракции волноводных волн на неоднородностях в волноводах с использованием метода частичных областей с выделением области связи, может приводить к возникновению ложных резонансов на АЧХ. Предложен алгоритм записи матричных элементов, позволяющий устранить это вычислительное явление, которое может возникать при решении задач как о собственных колебаниях, так и в задачах дифракции волн.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шестопалов В.П., Кириленко А.А., Рудь Л.А. Резонансное рассеяние вол. Т.2. Волноводные неоднородности. – Киев: Наук. Думка. -1986. –216 с.
2. Кириленко А.А., Кулик Д.Ю., Ткаченко В.И., Кулишенко С.Ф. Обобщение метода частичных областей на волноводные тройники с металлическими включениями во внутренней области. //Радиофизика и электроника. – Харьков: ИРЭ НАН Украины. -2001. -Т.6, №2. –С. 181-186.
3. Кулишенко С.Ф, Кириленко А.А. Исследование электромагнитных свойств поляризационного делителя, построенного на основе волноводного тройника с неоднородностями в области связи в виде системы полуплоскостей. //Вестник ХНУ №750. Радиофизика и электроника. -2003. –С.133-136.
4. Mizernik V.N., Pyatak N.I. Resonance dissipation electromagnetic wave in T-shaped branching of rectangular waveguides with a transversely magnetized ferrite. //Telecommunications and Radio Engineering. - 2003. №9-10. – P.31-40.
5. Коробкин В.А., Пятак Н.И. Собственные электромагнитные резонансы полуоткрытых волноводных структур. //Радиотехника и электроника. -1987. Т. 32, вып. 3. -С.517-525.
6. Коробкин В.А., Осинцев В.В. Собственные электромагнитные колебания поля диэлектрического резонатора в волноводном разветвлении. Радиотехника и электроника. -1985. Т. 30, вып. 3. - С. 417 -421.
7. Мизерник В.Н., Шматько А.А. Электродинамический расчет волноводных разветвлений с изотропными и анизотропными слоями. Тр. 16-й Международной Крымск. Конф. “СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии” (КрыМиКо’2006). – Севастополь, Украина, 2006. – С.535-536.
8. Мизерник В.Н., Шматько А.А. Численно-аналитическое решение задачи о рассеянии волноводной волны на Т-разветвлении в прямоугольном волноводе с магнитодиэлектриком. //Вісник СумДУ. Серія: фізика, математика, механіка. - 2007. -№ 4 (95)’. - С.84-113.
9. Мизерник В.Н., Шматько А.А. Возбуждение H_{p0} волноводной волной Т-разветвления с согласующим резонатором. //Вісник ХНУ № 834. Радіофіз. та електроніка. - 2008. – С. 8-12.