

УДК 621.372.852

ПРОИЗВОЛЬНОЕ ПАДЕНИЕ ВОЛНЫ НА РЕШЕТКУ С ЭКРАНОМ И СЛОЕМ СРЕДЫ

А.И.Адонина, Р.Р.Наумов, А.И.Слюсарев

Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина

61077,пл.Свободы, 4, Харьков, Украина

Поступила в редакцию 7 апреля 2009

Решение поставленной задачи проведено в точной постановке без наложения ограничений на параметры структуры, углы падения волны, длину волны, параметры среды. Использовался вариант метода Римана-Гильберта для случая произвольного падения волны. Векторная задача представлена в виде суммы двух скалярных задач, соответствующих подсистемам, на которые разделяется система уравнений Максвелла для сред (E- и H-поля). Численный счет, приведенный в работе в виде графиков, подтверждает предположение о физических причинах существования аномалий, как резонансов между активными спектральными гармониками и собственными волнами открытого резонатора, которым моделируется исследуемая структура.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: решетка, поток мощности, резонатор, магнитодиэлектрик, метод Римана-Гильберта

Рішення задачі, яка була поставлена, було проведено в точній постановці без накладення обмежень на параметри структури, кути падіння хвилі, довжину хвилі, параметри середовища. Використовувався варіант методу Рімана-Гільберта для випадку довільного падіння хвилі. Векторна задача представлена у вигляді суми двох скалярних задач, відповідних підсистемам, на які розділяється система рівнянь Максвелла для середовищ (E- і H-). Чисельні розрахунки, наведені у роботі у вигляді графіків, підтверджують припущення про фізичні причини існування аномалій, як резонансів між активними спектральними гармоніками і власними хвилями відкритого резонатора, яким моделюється досліджувана структура.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: ґрати, потік потужності, резонатор, магнітодіелектрик, метод Рімана-Гільберта.

A decision of the set problem is conducted in the exact raising without imposition of limits on the parameters of structure, angles of incidence of wave, wave-length, parameters of environment. The variant of method of Riman-Gilbert was used for the case of the arbitrary falling of wave. A vectorial task is presented as a sum of two scalar tasks, proper subsystems into which the system of equalizations of Maxwell is divided for E- and H-fields. A numeral account, resulted in work as the graphs, confirms assumption about physical reasons of existence of anomalies, as resonances between active spectral accordions and own waves of the opened resonator which designs the explored structure.

KEYWORDS: grate, magnetodielectric, stream of power, method of Riman-Gilbert, resonator.

Периодические структуры с экраном и слоем магнитодиэлектрика находят широкое применение в различных областях техники СВЧ, поэтому их теоретические исследования в общей постановке (произвольное падение волны) является актуальным, как с точки зрения разработки математического аппарата для решения сложных краевых задач электродинамики, так и с точки зрения более точного приближения физических моделей к реальным объектам.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. РЕШЕНИЕ

Рассмотрим плоскую решетку, состоящую из бесконечно тонких идеально проводящих металлических полос (период решетки – l , ширина щелей – \tilde{d}), расположенную на слое изотропного магнитодиэлектрика (толщина слоя – \tilde{a} , электрические параметры – ϵ, μ). На расстоянии \tilde{b} от слоя расположен идеально проводящий экран (Рис. 1(a)). На исследуемую структуру падает плоская электромагнитная волна из области $z > 0$. Ориентация в пространстве тройки ортогональных векторов падающего поля ($\vec{E}, \vec{H}, \vec{k}$) относительно системы координат, связанной с решеткой (xyz), закреплена углами α, ψ, φ (углы Эйлера) так как показано на рис. 1(b).

Решение поставленной задачи проведем для E и H полей, соответствующих двум подсистемам, на которые разделяется система уравнений Максвелла в общем случае для неоднородных, нестационарных, анизотропных сред [1]. Для каждой подсистемы, в указанной работе, получены волновые уравнения относительно продольных компонент E, H, через которые определяются поперечные компоненты. Смешанное поле (в случае произвольного падения волны) находится как сумма двух типов полей.

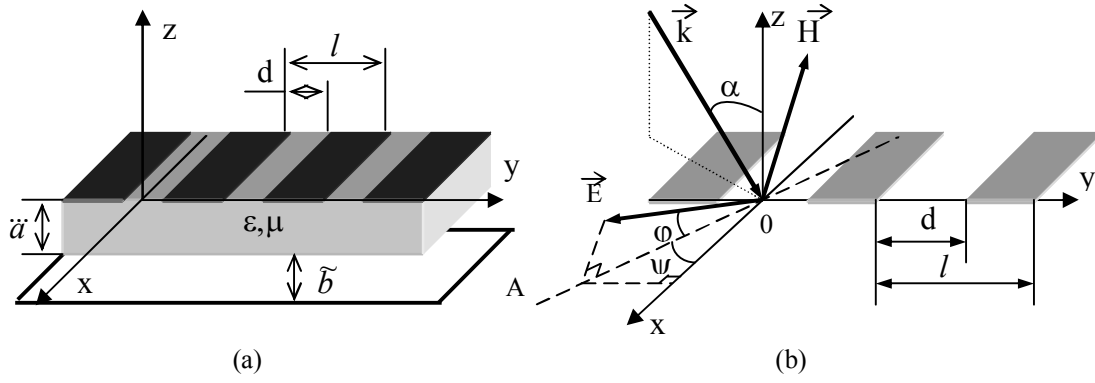


Рис.1 Исследуемая структура – (а) . Углы Эйлера – (b)

Запишем поля в частичных областях (индекс 1 – соответствует области над решеткой, 2 – в среде, 3 – в области между экраном и средой).

$$\begin{aligned}
 A_1 &= f^{E,H} \exp(i(y\tilde{h}_0 - z\tilde{\gamma}_0 + x\tilde{\beta})) + \sum_n \tilde{a}_n^{E,H} \exp(i(y\tilde{h}_n + z\tilde{\gamma}_n + x\tilde{\beta})) \\
 A_2 &= \sum_n (\tilde{d}_n^{E,H} \exp(iz\tilde{\gamma}_{n1}) + \tilde{c}_n^{E,H} \exp(-iz\tilde{\gamma}_{n1})) \cdot \exp(i(y\tilde{h}_n + x\tilde{\beta})) \\
 A_3 &= \sum_n (\tilde{b}_n^{E,H} \exp(-iz\tilde{\gamma}_n) + \tilde{d}_{n1}^{E,H} \exp(iz\tilde{\gamma}_n)) \cdot \exp(i(y\tilde{h}_n + x\tilde{\beta}))
 \end{aligned} \quad (1)$$

где E -поле: $A_p = E_p$, $f^E = \sin \alpha \cos \varphi$,

H -поле: $A_p = H_p$, $f^H = \sin \alpha \sin \varphi$, $p = 1, 2, 3$,

$\tilde{h}_0 = k \sin \alpha \cos \psi$, $\tilde{h}_n = \tilde{h}_0 + 2\pi n/l$, $\tilde{\beta} = k \sin \alpha \sin \psi$,

$\tilde{q}_n = \tilde{h}_n^2 + \tilde{\beta}^2$, $\tilde{\gamma}_n = \sqrt{k^2 - \tilde{q}_n}$, $\tilde{\gamma}_{n1} = \sqrt{k^2 \varepsilon \mu - \tilde{q}_n}$, $k = 2\pi/\lambda$.

Для каждого типа полей (E и H) выполним: а) непрерывные граничные условия для тангенциальных компонент электрического и магнитного полей на границе среды ($z = -\tilde{a}$) и экране ($z = -\tilde{a} - \tilde{b}$) и дискретные граничные условия на решетке ($z = 0$) [2]. В результате получим две системы функциональных уравнений

H - поле

$$\sum_{(n)} B_n^H e_n = 0, \text{ (металл)} \quad (2)$$

$$\sum_{(n)} B_n^H \gamma_n \eta_{nH}^+ e_n = 2\gamma_0 e_0, \text{ (щель)}$$

E - поле

$$\sum_{(n)} a_n^E \eta_{nE}^+ e_n = -\eta_{0E}^- e_0, \text{ (щель)}$$

$$\sum_{(n)} a_n^E \gamma_n e_n = \gamma_0 e_0, \text{ (металл)}, \quad (3)$$

где

$$\eta_{nH}^\pm = 1 \pm \gamma_{n1} \alpha_H^- / (\mu \gamma_n \alpha_H^+), \quad \eta_{nE}^\pm = 1 \pm \varepsilon \gamma_n \alpha_E^+ / (\gamma_{n1} \alpha_E^-),$$

$$\alpha_{E,H}^\pm = \chi_{E,H}^+ \pm \chi_{E,H}^- \exp(i4\pi\gamma_{n1}a), \quad \chi_{E,H}^\pm = \beta_{E,H}^\pm + \beta_{E,H}^\mp \exp(i4\pi\gamma_{n1}b) * C^{E,H}$$

$$\beta_E^\pm = 1 \pm \frac{\gamma_n \varepsilon}{\gamma_{n1}}, \quad \beta_H^\pm = 1 \pm \frac{\gamma_n \mu}{\gamma_{n1}}, \quad \alpha_H = \chi_H^+ R, \quad \alpha_E = -\chi_E^- \frac{\gamma_{n1}}{\gamma_n \varepsilon} R,$$

$$R = \exp(i 2 \pi (\gamma_n - \gamma_{n1}) a), \quad a_n^H = B_n^H - \delta_n^0, \quad b_n^H = B_n^H / \alpha_H, \quad b_n^E = (a_n^E - \delta_n^0) \gamma_n \varepsilon / (\gamma_{n1} \alpha_E),$$

$$\tilde{a}_n^{E,H} = a_n^{E,H} f^{E,H} \sqrt{q_n / q_0}, \quad C^E = 1, \quad C^H = -1,$$

$$q_n = h_n^2 + \beta^2, \quad h_n = \chi \sin \alpha \cos \psi + n, \quad \beta = \chi \sin \alpha \sin \psi, \quad \gamma_n = \sqrt{\chi^2 - q_n},$$

$$\gamma_{n1} = \sqrt{\chi^2 \varepsilon \mu - q_n},$$

$$a = \tilde{a} / l, \quad b = \tilde{b} / l, \quad \chi = l / \lambda, \quad e_n = \exp(i y 2 \pi / l)$$

Решение функциональных уравнений (2,3) проведем методом задачи Римана-Гильберта [2], в последние годы называемого методом АМШ (по инициалам фамилий авторов), разработанного для случая нормального падения волны на плоскую решетку. С нашей точки зрения, исключительное значение работы [2] состоит в том, что в ней представлен не только метод, но и, что наиболее ценно на практике, универсальный шаблон, по которому ответ в виде бесконечных систем линейных алгебраических уравнений, с полученными в [2] базовыми коэффициентами, записывается без повторения решения, а по исходной системе функциональных уравнений, аналогичных приведенным в [2]. Трансформация метода АМШ на случай наклонного падения волны осуществлялась двумя путями. Исторически первым является путь представления коэффициентов Фурье в виде $x_n = a_n h_n$ [3]. Решение проводилось аналогично [2], однако при выполнении дополнительного уравнения, отличного от рассмотренного в [2], базовые коэффициенты для одной строки в бесконечной системе определялись через функции Лежандра [3,5]. При втором пути, коэффициенты Фурье записывались аналогично нормальному падению [2] $x_n = a_n n$, соответственно решение и базовые коэффициенты полностью совпадали с полученными в статье [2]. В работе [4] (формула (1.90)), для второго пути, приведена преобразованная к компактному виду бесконечная система, полученная в [2], с преобразованными к более простому виду базовыми коэффициентами, что создает некоторое преимущество второго пути, включая единство решения для любых углов падения. Приведем решение, используя второй путь

H-поле

$$i \gamma_0 \frac{\eta_{0H}^-}{\eta_H^0} W_m^0(u) = i \gamma_0 \frac{\eta_{0H}^+}{\eta_H^0} W_m^0(u) a_0^H + \sum_{n \neq 0} x_n^H \left(\frac{|n|}{n} \xi_n^H W_m^n(u) - \delta_m^n \right); \quad m \neq 0$$

$$-\delta_0^+ + i \gamma_0 \frac{\eta_{0H}^-}{\eta_H^0} W_0^0(u) = (1 + i \gamma_0 \frac{\eta_{0H}^+}{\eta_H^0} W_0^0(u)) a_0^H +$$

$$+ \sum_{n \neq 0} x_n^H \frac{|n|}{n} \xi_n^H W_0^n(u), \quad m = 0; \quad (4)$$

E-поле

$$i \gamma_0 \eta_E^0 W_m^0(-u) = i \gamma_0 \eta_E^0 W_m^0(-u) a_0^E + \sum_{n \neq 0} x_n^E \left(\frac{|n|}{n} \xi_n^E W_m^n(-u) - \delta_m^n \right), \quad m \neq 0$$

$$-\eta_{0E}^- + i \gamma_0 \eta_E^0 W_0^0(-u) = (\eta_{0E}^+ + i \gamma_0 \eta_E^0 W_0^0(-u)) a_0^E +$$

$$+ \sum_{n \neq 0} x_n^E \frac{|n|}{n} \xi_n^E W_0^n(-u), \quad m = 0 \quad (5)$$

Приняты обозначения:

$$x_n^E = a_n^E \eta_n^E n, \quad x_n^H = a_n^H n, \quad \xi_n^{E,H} = 1 + i \frac{|h_n|}{|n|} \sqrt{\frac{\chi^2 - \beta^2}{h_n^2} - 1} \rho_n^{E,H}$$

$$\rho_n^E = \frac{\eta_E^0}{\eta_{nE}^+}, \quad \rho_n^H = \frac{\eta_{nH}^+}{\eta_H^0}, \quad \eta_E^0 = 1 + \varepsilon, \quad \eta_H^0 = 1 + \frac{1}{\mu}, \quad u = \cos(\pi \frac{d}{l}),$$

$$\begin{aligned}
 W_m^n &= (P_n P_{m+1} - P_m P_{n+1})m / (2(m-n)) \quad m \neq n, \quad m \neq 0, \\
 W_0^n &= (P_n - P_{n-1}) / (2n), \quad n \neq 0, \\
 W_{m+1}^{m+1} &= W_m^m + P_m (P_{m+1} - 2uP_m + P_m), \quad m \geq 1, \\
 W_0^0 &= \ln(1+u)/2, \quad W_1^1 = (1-u)/2, \quad W_{-m}^{-m} = -W_m^m
 \end{aligned}$$

P_m – полиномы Лежандра аргумента ($\pm u$)

Сформированный параметр малости обладает свойством: $\xi_n^{E,H} \rightarrow 0(1/n)(n \rightarrow \infty)$.

Задача в аналогичной постановке (произвольное падение волны на решетку со средами) рассматривалась ранее в работах [5] и др. Решение в них проводилось для смешанного поля без разделения на типы полей. В результате получались связанные задачи Римана-Гильберта, решение которых приводило к удвоенной системе бесконечных алгебраических уравнений. Рассмотренный в настоящей работе вариант для разделенных полей [1] значительно упрощает решение, сводит его к двум бесконечным системам, вместо одной удвоенной (при совпадении конечных результатов). Общее (смешанное) поле определяется как алгебраическая сумма полей двух типов (E и H).

АНАЛИЗ ГРАФИКОВ

При исследовании рассеянного поля существенным является выбор интегральных характеристик. Для наклонного падения волны ($\psi = 0$) таковыми были компоненты, направленные вдоль металлических полос решетки (E_x, H_x) [2], [3]. В случае произвольного падения волны универсальной характеристикой (для любых углов падения) является поток мощности (вектор Умова-Пойнтинга) в направлении нормальном к решетке. Потоки для отраженного E и H ($P^{E,H}$) и смешанного (P) полей, нормированные по потоку падающего поля, записываются следующим образом:

$$P^{E,H} = \sum_{(n)} |a_n^{E,H}|^2 \operatorname{Re}(\gamma_n / \gamma_0), \quad P = P^E \sin^2 \varphi + P^H \cos^2 \varphi$$

Каждый член суммы соответствует мощности спектральной волны (P_n)

Решения систем уравнений (4), (5) проводились на РС по программам, составленным на алгоритмическом языке Фортран. Порядок урезанной бесконечной системы определялся из условия, обеспечивающего точность решения до четвертого знака после запятой, что соответствует числу уравнений $|n| > \bar{\chi} + 2$ ($\bar{\chi}$ -целая часть χ).

Численные исследования показывают, как и в случае решетки с диэлектрическим слоем ([5] и др.), что при наличии экрана интегральные характеристики поля претерпевают резкие скачки, названные аномалиями [5]

На основании анализа графиков, частично приведенных на рисунках, можно заключить, что на аномалии влияют все параметры решетки, слоя магнетодиэлектрика, расстояние до экрана, углы падения волны, длина волны, тип поля. Поскольку аномалии существуют только при наличии экрана и слоя среды или отсутствии его (слоя), естественно предположить, что они (аномалии) являются результатом резонанса собственных волн открытого резонатора, которым является исследуемая структура, с активными спектральными гармониками внутри среды, в момент совпадения их фазовых характеристик [5] Режим существования n -ой активной гармоники, как волны передающей активную мощность ($P_n^{E,H} \neq 0$), определяется из условия $\gamma_n = 0$ (т.е. из режима скольжения гармоник [6]). В частотном спектре это условие записывается следующим образом

$$\chi_{ck} = [n] / (\sqrt{\varepsilon\mu - (\sin \alpha \sin \psi)^2} \mp \sin \alpha \cos \psi) \quad (6)$$

Знак ‘-’ соответствует положительным гармоникам, ‘+’ – отрицательным. При $\alpha = 0$ (нормальное падение), $\psi = 90$, $\alpha \neq 0$ (скользящее падение) режимы скольжения отрицательных и положительных гармоник совпадают ($h_n = -h_{-n}$), в этих случаях существуют пары симметричных гармоник в плоскости yoZ ($\alpha = 0$) и плоскости xoZ ($\psi = 90$). При произвольном падении ($\alpha \neq 0$, $\psi \neq 90$) режим скольжения отрицательных гармоник в частотном спектре наступает прежде положительных, поэтому в спектре активных гармоник отрицательных больше при фиксированных параметрах.

Для параметров среды режим скольжения определяется условием

$$(\varepsilon\mu)_{\text{ск}} = (\sin\alpha \cos\psi + n/\chi)^2 + (\sin\alpha \sin\psi)^2 \quad (7)$$

Условие (7) выполняется, как для положительных значений электрических параметров среды ($\varepsilon > 0, \mu > 0$), так и для отрицательных ($\varepsilon < 0, \mu < 0$).

Спектральная гармоника (n) является активной, когда параметр больше соответствующего режиму скольжения ($\chi > \chi_{\text{ск}}, (\varepsilon\mu) > (\varepsilon\mu)_{\text{ск}}$).

Отметим, что аномалии наблюдаем не в момент возникновения активной гармоники, соответствующий режиму скольжения, а в области существования активной гармоники, когда ее фазовые характеристики совпадают с фазовыми характеристиками собственной волны резонатора [5]. При этом амплитуда активной гармоники внутри слоя в момент резонанса увеличивается в десятки, сотни раз.

До момента возникновения первой активной гармоники исследуемая структура является идеальным отражателем. В области существования активных гармоник происходит перераспределение энергии между основной волной ($n = 0$) и активными гармониками ($n \neq 0$), при этом в некоторых точках энергия основной волны доходит до минимума (рис.2), а энергия n -ой гармоники до максимума. Соответственно, луч отраженного поля отклоняется на угол, равный углу распространения n -ой гармоники ($\cos \alpha_n = \chi_n$).

Анализируя графики, частично приведенные на рисунках, отметим, что по ширине аномальные всплески являются разнородными, некоторые из них настолько узкие, что обнаруживаются только при расчетах с очень мелким шагом.

На рис. 3 приведены графики для потока мощности E -поля основной волны (P_0), и плюс первой (P_1) гармоник (для заданных параметров активными являются плюс и минус первые гармоники) в зависимости от расстояния до экрана (b). Как видим, с изменением расстояния до экрана перекачка энергии основной волны происходит в гармоники в момент их аномальных всплесков.

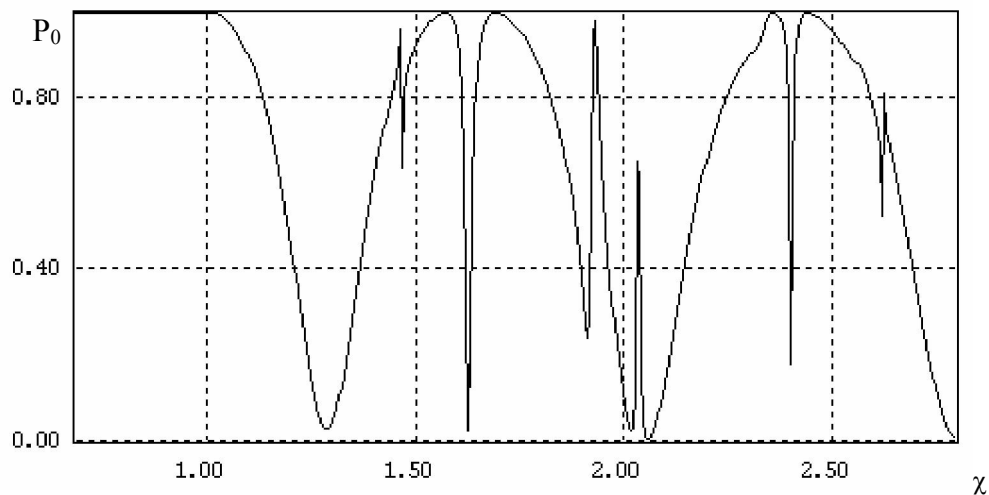


Рис.2. Влияние частоты на аномалии H-поля основной волн ($\alpha = \psi = 0, \varepsilon = 2.54, a = 0.4, b = 0$)

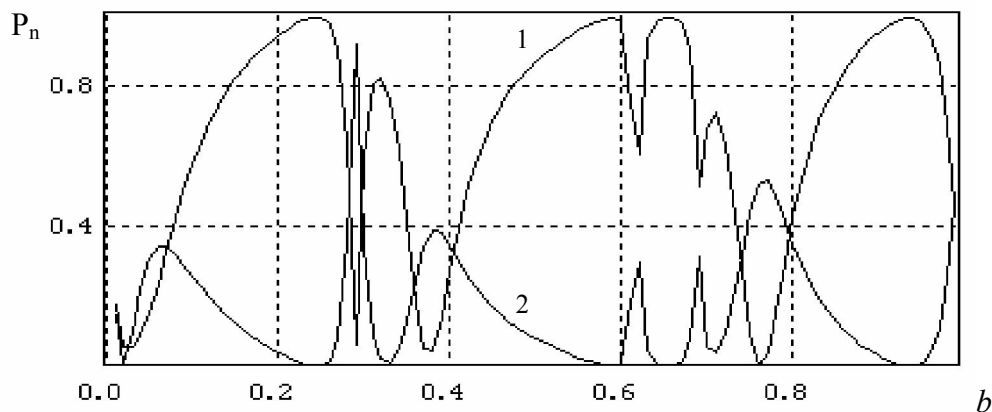


Рис.3. Влияние расстояния до экрана на аномалии основной волны (1) и первой гармоники (2) для E -поля ($\alpha = 15, \psi = 30, a = 0.4, \varepsilon = 4, \chi = 1.5$)

Значительно влияют на аномальные скачки электрические параметры среды (ε, μ) (Рис.4), причем для $0 < \varepsilon < 1$ и $\mu = \text{const}$ аномалии наблюдаем только для E -поля.

Как следует из формулы (6), режим скольжения гармоник зависит не только от параметров структуры, но и от углов падения волны. В частном случае при $\psi = 90$ активные гармоники существуют при выполнении условия $\sin^2 \alpha \leq (\varepsilon \mu - (n/\chi)^2)$. Для углов больших, соответствующих в приведенной формуле, гармоники отсутствуют, и структура ведет себя как идеальный отражатель. Например, для параметров $\varepsilon \mu = 1$, $n = 1$ активные гармоники отсутствуют при $\alpha > 51$ (Рис.5).

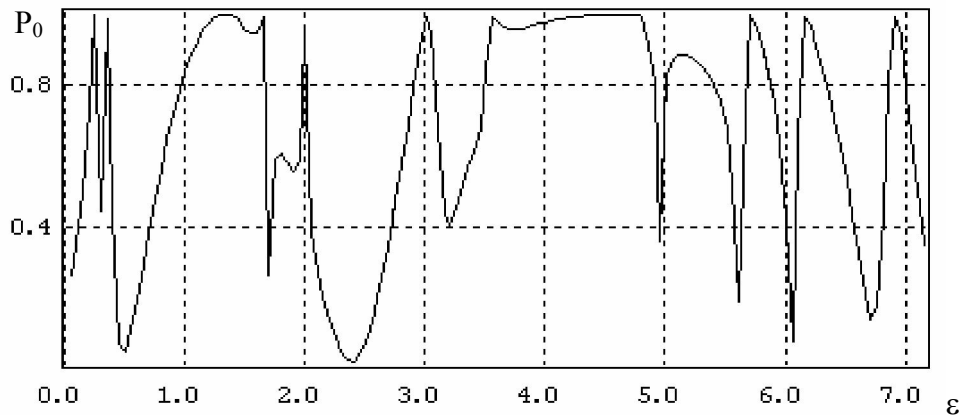


Рис.4. Зависимость мощности отраженного поля основной волны от диэлектрической проницаемости слоя (E -поле, $\alpha = 30$, $\psi = 45$, $a = 0.4$, $b = 0$, $\chi = 1.2$)

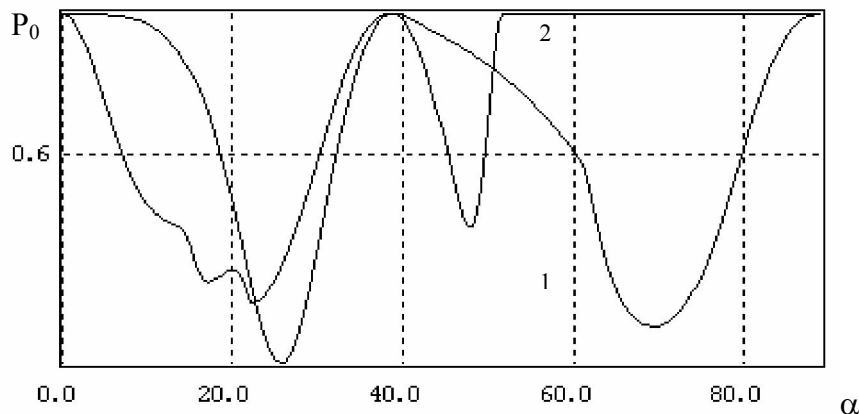


Рис.5. Влияние угла падения волны на отраженное поле при наклонном (1- $\alpha = 0$) и скользящем (2- $\psi = 90$) падении волны ($b = 0$, $a = 0.6$, $\chi = 1.6$)

В заключении отметим, что полученные теоретические результаты могут быть эффективно применены для исследования задач на возбуждение рассмотренной (или аналогичной) структуры локализованным в пространстве полем. При этом на аномальных всплесках можно формировать в рассеянном поле мощные узконаправленные лучи в заданном направлении.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А.И. Адонина, А.И. Слюсарев. Волновые уравнения для нестационарных неоднородных сред // Вісник Харківського національного університету. №646. Радіофізика та електроніка. Випуск 2' 2004. С.166-170.
2. З.С. Агранович, В.А. Марченко, В.П. Шестопалов. Дифракция электромагнитных волн на плоских металлических решетках // ЖТФ. 1962. Т.32. В.4. С.381-394.
3. А.И.Адонина, В.П.Шестопалов // Дифракция электромагнитных волн на плоской металлической решетке с диэлектрическим слоем. ЖТФ. 1963. Т.33. В.6. С.641-651
4. В.П.Шестопалов, Л.Н.Литвиненко, С.А. Масалов, В.Г.Сологуб. Дифракция волн на решетках. Издательство Харьковского университета. Харьков. 1973. С.287.
5. А.И. Адонина, А.И. Слюсарев. Векторная задача о дифракции на решетке в многослойном анизотропном магнитоэлектрике // ЖТФ. 1992. Т.62. В.10. С.111-119.
6. А.И.Адонина О режиме скольжения гармоник на плоских решетках // ЖТФ. 1965. Т. 35. С.2242-2244.